第十一章 安培力与洛伦兹力

第1讲 磁场 磁场对电流的作用

课标要求

了解磁场，掌握磁感应强度的概念，会用磁感线描述磁场；会判断通电直导线和通电线圈周围磁场的方向；能判断安培力的方向，会计算安培力的大小，了解安培力在生产生活中的应用。

必备知识·强基固本

一、磁场、磁感应强度

1．**磁场的基本性质** 磁场对处于其中的磁体、电流和运动电荷有______的作用。

【答案】力

2．**磁感应强度**

（1）物理意义：描述磁场的强弱和方向。

（2）定义式：$B=$______（通电导线垂直于磁场）。

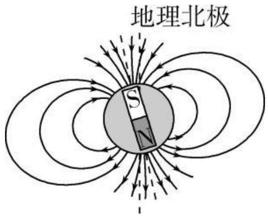
（3）方向：小磁针静止时N极的指向。

（4）单位：特斯拉，符号为T。

【答案】$\frac{F}{IL}$

3．**地磁场**

（1）地磁的N极在地理__附近，S极在地理__附近，磁感线分布如图所示。



（2）在赤道平面上，距离地球表面高度相等的各点，磁感应强度相等，且方向水平向北。

【答案】南极； 北极

4.磁场的叠加 磁感应强度是矢量，计算时与力的计算方法相同，利用平行四边形定则进行合成与分解。

二、磁感线和电流周围的磁场

1．**磁感线的特点**

（1）磁感线上某点的__方向就是该点的磁场方向。

（2）磁感线的疏密程度定性地表示磁场的强弱，在磁感线较密的地方磁场____；在磁感线较疏的地方磁场____。

（3）磁感线是闭合曲线，没有起点和终点，在磁体外部，从 N 极指向 S 极；在磁体内部，由 S 极指向 N 极。

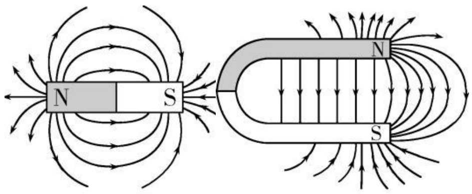
（4）同一磁场的磁感线不中断、不相交、不相切。

（5）磁感线是假想的曲线，客观上并不存在。

【答案】切线； 较强； 较弱

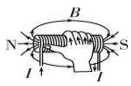
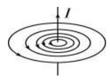
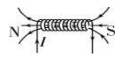
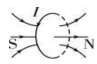
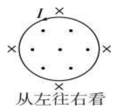
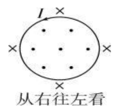
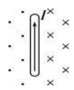
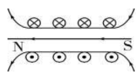
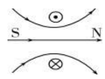
2．几种常见的磁场

（1）条形磁铁和蹄形磁铁的磁场（如图所示）



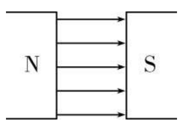
条形磁铁　　蹄形磁铁

（2）电流的磁场

项目	直线电流的磁场	通电螺线管的磁场	环形电流的磁场
安培定则			
立体图			
横截面图			
纵截面图			

（3）匀强磁场

在匀强磁场区域内，磁感线为__________的平行线，如图所示。



【答案】同向等间距

三、安培力

1．安培力的大小

$F = ILB\sin\theta$（其中θ 为B与I之间的夹角）

（1） 磁场和电流垂直时：$F=$_______。

（2） 磁场和电流平行时：$F=$__。

【答案】（1） BIL

（2） 0

2.安培力的方向——左手定则判断

（1）伸开左手，让拇指与其余四指垂直，并且都在同一个平面内。

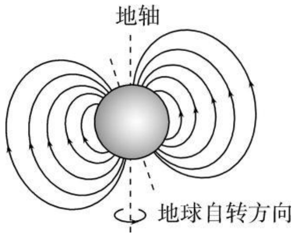
（2）让磁感线从掌心进入，并使四指指向电流方向。

（3）拇指所指的方向就是通电导线在磁场中所受安培力的方向。

自主评价

1．依据下面小情境，判断下列说法对错。

中国宋代科学家沈括在《梦溪笔谈》中最早记载了地磁偏角：“以磁石磨针锋，则能指南，然常微偏东，不全南也。”进一步研究表明，地球周围地磁场的磁感线分布如图。



（1） 地球内部也存在磁场，地磁北极在地理南极附近。（ ）

（2） 地磁场的磁感线不闭合、不相交。（ ）

（3） 地球表面各处的地磁场方向与地面平行。（ ）

（4） 若地磁场是由地球本身带电自转而产生，则地球必带负电。（ ）

（5） 由于地磁场的影响，在奥斯特发现电流磁效应的实验中，通电导线相对水平地面东西放置时实验现象最明显。（ ）

【答案】（1） √

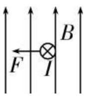
（2） ×

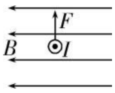
（3） ×

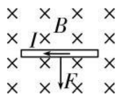
（4） √

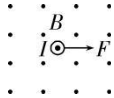
（5） ×

2．（人教版选择性必修第二册改编）下面的几个图显示了磁场对通电直导线的作用力，其中正确的是（ ）

A. 

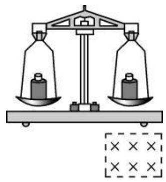
B. 

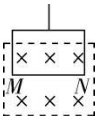
C. 

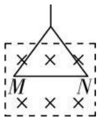
D. 

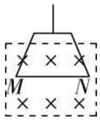
【答案】C

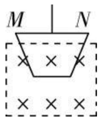
3．（人教版选择性必修第二册改编）如图所示，用天平测量匀强磁场的磁感应强度。下列各选项所示的载流线圈匝数相同，边长MN相等，将它们分别挂在天平的右臂下方。线圈中通有相同的电流，天平处于平衡状态。若磁场发生微小变化，天平最容易失去平衡的是（ ）



A. 

B. 

C. 

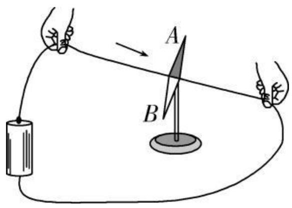
D. 

【答案】A

关键能力·核心突破

考点一 安培定则的应用、磁场的叠加

1．[2022·福建卷·5，6 分]**奥斯特实验**多选 奥斯特利用如图所示实验装置研究电流的磁效应。一个可自由转动的小磁针放在白金丝导线正下方，导线两端与一伏打电池相连。接通电源瞬间，小磁针发生了明显偏转。奥斯特采用控制变量法，继续研究了导线直径、导线材料、电池电动势以及小磁针位置等因素对小磁针偏转情况的影响。他能得到的实验结果有（ ）



A. 减小白金丝直径，小磁针仍能偏转

B. 用铜导线替换白金丝，小磁针仍能偏转

C. 减小电源电动势，小磁针一定不能偏转

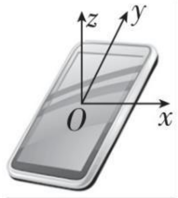
D. 小磁针的偏转情况与其放置位置无关

【答案】AB

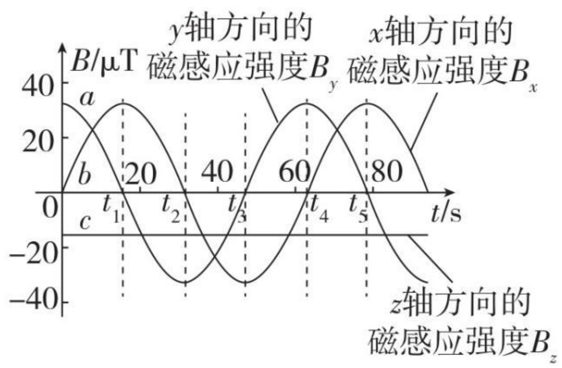
【解析】减小导线直径，仍存在电流，其产生的磁场仍能使小磁针偏转，A 正确；白金丝换成铜导线，仍存在电流，产生的磁场仍能使小磁针偏转，B 正

确；减小电源电动势，只要导线中有电流，小磁针还是会发生偏转，C 错误；通电导线产生的磁场与地磁场叠加后，合磁场方向与空间位置有关，小磁针在不同位置时其偏转情况可能不同，D 错误。

2．[2024·江苏南通二模]**磁感应强度的测量**某同学利用手机测量当地地磁场的磁感应强度，如图甲所示，以手机显示屏所在平面为xOy平面，在手机上建立直角坐标系，该同学测量时z轴始终保持竖直向上，手机在xOy平面内绕z轴匀速转动，手机显示出各轴磁感应强度的实时数据（如图乙所示）。当外界磁场分量与坐标轴正方向相同时则显示正值，相反则显示负值，根据图像可推知，下列说法错误的是（ ）



甲



乙

A. 图乙中t_1时刻x轴正方向指向地球北方

B. 图乙中t_2时刻y轴正方向指向地球南方

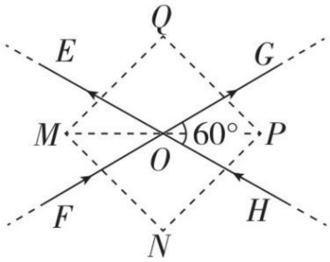
C. t_1～t_5时间内手机刚好绕z轴转动了一周

D. 通过z轴数据可知测量地在南半球

【答案】D

【解析】北半球地磁场水平分量方向向北，因此当手机绕z轴转动过程，地磁场水平分量在x轴和y轴的分量将出现正弦或余弦式的变化，图乙中t_1时刻x轴正方向磁感应强度数值达到最大，说明此时刻x轴正方向指向地球北方，A 正确；图乙中t_2时刻y轴负方向磁感应强度数值达到最大，说明t_2时刻y轴正方向指向地球南方，B 正确；$t_1 \sim t_5$时间内x轴方向磁场变化刚好一个周期，说明$t_1 \sim t_5$时间内手机刚好绕z轴转动了一周，C 正确；图乙中z轴数据为负，即磁场有竖直向下分量且基本保持不变，可知测量地在北半球，D 错误。本题选择错误的，故选 D。

3．[2024•安徽合肥二模]**磁场的叠加**正方形$MNPQ$的中心为O，其对角线MOP长为 $2d$。均通有电流I_0的两无限长直导线互成$60°$ 角，放置在该正方形平面内，两导线彼此绝缘且相交于O，MOP平分$\angle GOH$，通入的电流方向如图所示。已知一根无限长直导线通入电流I时，垂直导线距离为r处的磁感应强度大小为$B=k\frac{I}{r}$，k为常数。则M、N、P、Q四处的磁感应强度大小正确的是（ ）



A. $B_M=\frac{4kI_0}{d}$　　B. $B_N=\frac{4kI_0}{d}$

C. $B_P=\frac{2\sqrt{3}kI_0}{d}$　　D. $B_Q=\frac{2\sqrt{3}kI_0}{d}$

【答案】A

【解析】根据几何关系可知M、N、P、Q四点到两导线的距离分别为$\frac{1}{2}d$、$\frac{\sqrt{3}}{2}d$、$\frac{1}{2}d$、$\frac{\sqrt{3}}{2}d$，根据矢量的叠加可知M、P两点的磁感应强度大小均为$B=2\times k\frac{I_0}{\frac{1}{2}d}=\frac{4kI_0}{d}$，$N$、$Q$两点的磁感应强度大小均为 0，故选 A。

核心提炼

1.安培定则的应用

在运用安培定则时应分清“因”和“果”，电流是“因”，磁场是“果”，既可以由“因”判断“果”，也可以由“果”追溯“因”。

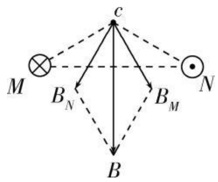
项目	原因（电流方向）	结果（磁场方向）
直线电流的磁场	拇指	四指
环形电流的磁场	四指	拇指

2.磁场叠加问题的一般解题思路

（1）确定磁场场源，如通电导线。

（2）定位磁场空间中需求解的点，利用安培定则判定各个场源在这一点上产生磁场的磁感应强度的大小和方向。

（3）应用平行四边形定则进行合成，如图。

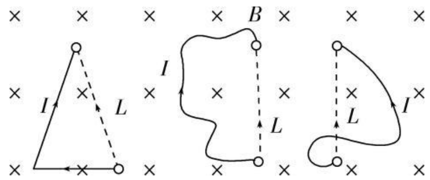


考点二 安培力的分析与计算

1.安培力的大小

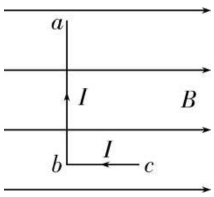
（1）当B与I垂直时，F最大，$F=BIL$；当B与I的夹角为θ时，$F=BIL\sin\theta$；当B与I平行时，$F=0$。

（2）L是有效长度（如图所示）。



2.安培力的方向：用左手定则判断，安培力的方向既垂直于B，也垂直于I，即垂直于B与I决定的平面。

例 1 [2023・江苏卷・2，4 分]如图所示，匀强磁场的磁感应强度为B。L 形导线通以恒定电流I，放置在磁场中。已知ab边长为 $2l$，与磁场方向垂直，bc边长为l，与磁场方向平行。该导线受到的安培力为（ ）

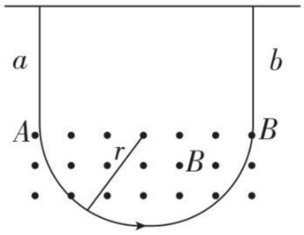


A. 0　　B. BIl　　C. $2BIl$　　D. $\sqrt{5}BIl$

【答案】C

【解析】因bc段与磁场方向平行，不受安培力；ab段与磁场方向垂直，所受安培力大小为$F_{ab}=BI\cdot 2l=2BIl$，则该导线受到的安培力为 $2BIl$。故选 C。

迁移应用 1．[2024・福建卷・6，6 分]多选 将半径为r的铜导线半圆环AB用两根不可伸长的绝缘线a、b悬挂于天花板上，AB置于垂直纸面向外的磁感应强度大小为B的磁场中，现给导线通以自A到B、大小为I的电流，则（ ）



A. 通电后两线拉力变小　　　　　B. 通电后两线拉力变大

C. 安培力为πBIr　　　　　　　D. 安培力为 $2BIr$

【答案】BD

【解析】根据左手定则可知，通电后半圆环AB受到的安培力方向竖直向下，根据受力分析可知，通电后两线拉力变大，故 A 错误，B 正确；半圆环AB所受安培力的等效长度为 $2r$，则所受安培力大小为$F = BI \cdot 2r = 2BIr$，故 C 错误，D 正确。

考点三 安培力作用下导体的运动情况的判断

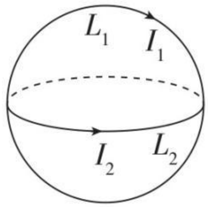
1.判定导体运动情况的基本思路

判定通电导体在安培力作用下的运动或运动趋势，首先必须弄清楚导体所在位置的磁场分布情况，然后利用左手定则准确判定导体的受力情况，进而确定导体的运动方向或运动趋势的方向。

2.五种判定方法

电流元法	分割为电流元$\xrightarrow{左手定则}$安培力方向→整段导体所受合力方向→运动方向
特殊位置法	在特殊位置$\xrightarrow{左手定则}$安培力方向→运动方向
等效法	环形电流⇌ 小磁针 条形磁铁⇌ 通电螺线管⇌ 多个环形电流
结论法	同向电流互相吸引，反向电流互相排斥；两不平行的直线电流相互作用时，有转到平行且电流方向相同的趋势
转换研究对象法	定性分析磁体在电流磁场作用下如何运动或运动趋势的问题，可先分析电流在磁体磁场中所受的安培力，然后由牛顿第三定律确定磁体所受电流磁场的作用力，从而确定磁体所受合力及运动方向或运动趋势情况

例 2 一个可以沿过圆心的水平轴自由转动的线圈L_1和一个固定的线圈L_2互相绝缘垂直放置，且两个线圈的圆心重合，如图所示。当两线圈中通以图示方向的电流时，从左向右看，线圈L_1将（ ）



A. 不动　　B. 顺时针转动

C. 逆时针转动　　D. 在纸面内平动

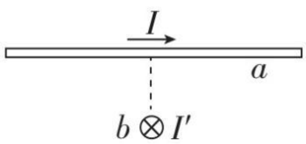
【答案】B

【解析】方法 1：电流元法把线圈L_1沿水平转动轴分成上、下两部分，每一部分又可以看成无数段直线电流元，电流元处在L_2产生的磁场中，根据安培定则可知各电流元所在处的磁场方向向上，由左手定则可得，上半部分电流元所受安培力方向均指向纸外，下半部分电流元所受安培力方向均指向纸内，因此从左向右看线圈L_1将顺时针转动。

方法 2：等效法把线圈L_1等效为小磁针，该小磁针刚好处于环形电流I_2的中心，小磁针的 N 极应指向该点环形电流I_2的磁场方向，由安培定则知I_2产生的磁场方向在其中心处竖直向上，而L_1等效成小磁针后，转动前，N 极指向纸内，因此小磁针的 N 极应由指向纸内转为向上，所以从左向右看，线圈L_1将顺时针转动。

方法 3：结论法环形电流I_1、I_2不平行，则一定有相对转动，直到两环形电流同向平行为止。据此可得，从左向右看，线圈L_1将顺时针转动。

迁移应用 2．[2022 • 江苏卷 • 3，4 分]如图所示，两根固定的通电长直导线a、b相互垂直，a平行于纸面，电流方向向右，b垂直于纸面，电流方向向里，则导线a所受安培力方向（ ）



A. 平行于纸面向上

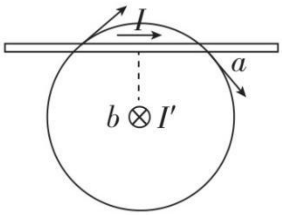
B. 平行于纸面向下

C. 左半部分垂直于纸面向外，右半部分垂直于纸面向里

D. 左半部分垂直于纸面向里，右半部分垂直于纸面向外

【答案】C

【解析】根据安培定则，可判断出导线a左侧部分所在的空间磁场方向斜向右上，右侧部分的磁场方向斜向下方，根据左手定则可判断出，导线a所受安培力方向：左半部分垂直于纸面向外，右半部分垂直于纸面向里，故 C 正确，A、B、D 错误。

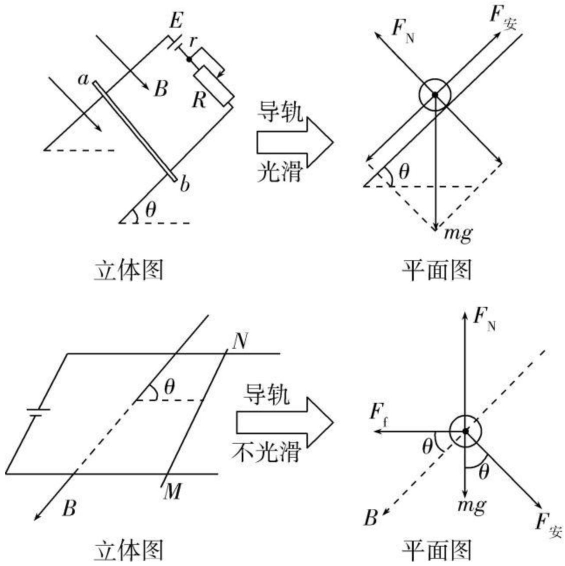


考点四 安培力作用下导体的平衡和加速问题

1.通电导体在安培力作用下平衡或加速问题的解题思路

（1）选定研究对象。

（2）对研究对象受力分析时，变立体图为平面图，如侧视图、剖面图或俯视图等，并画出平面受力分析图，安培力的方向$F_{安} \perp B$、$F_{安} \perp I$。如图所示：



（3）列平衡方程或根据牛顿第二定律列方程进行求解。

2.安培力做功的特点

（1）安培力做功与路径有关，不像重力、电场力做功与路径无关。

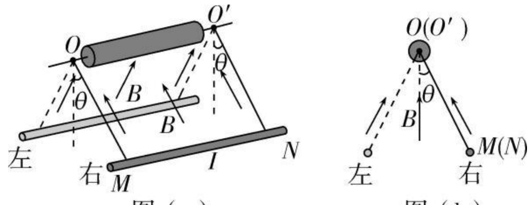
（2）安培力做正功时，将电源的能量转化为导体的机械能或其他形式的能。

（3）安培力做负功时，将导体的机械能转化为电能（如电磁感应）。

考向 1 平衡问题

例 3 [2022・湖南卷・3，4 分]如图（a）,直导线MN被两等长且平行的绝缘轻线悬挂于水平轴OO'上，其所在区域存在方向垂直指向OO'的磁场，与OO'距离相

等位置的磁感应强度大小相等且不随时间变化，其截面图如图（b）所示。导线通以电流I,静止后，悬线偏离竖直方向的夹角为θ 。下列说法正确的是（ ）



图（a） 图（b）

A. 当导线静止在图（a）右侧位置时，导线中电流方向由N指向M

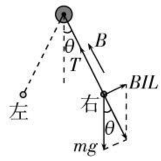
B. 电流I增大,静止后,导线对悬线的拉力不变

C. $\tan\theta$ 与电流I成正比

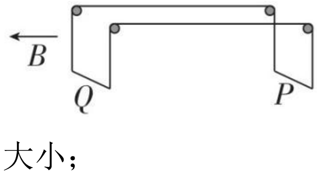
D. $\sin\theta$ 与电流I成正比

【答案】D

【解析】导线在图（a）右侧位置静止时，对其受力分析如图所示，根据左手定则可判定电流从M指向N，故 A 错误。电流增大时，导线所受安培力将增大，θ增大，$T = mg\cos\theta$ 将变小，故 B 错误。重力一定，根据 $\sin\theta = \frac{BIL}{mg}$，可知 $\sin\theta$与电流I成正比，故 C 错误，D 正确。



迁移应用 3．[2024·重庆卷·13，10 分]小明设计了如图所示的方案，探究金属杆在磁场中的运动情况，质量分别为 $2m$、m的金属杆P、Q用两根不可伸长的导线相连，形成闭合回路，两根导线的间距和P、Q的长度均为L，仅在Q的运动区域存在磁感应强度大小为B、方向水平向左的匀强磁场。Q在垂直于磁场方向的竖直面内向上运动，P、Q始终保持水平，不计空气阻力、摩擦和导线质量，忽略回路电流产生的磁场。重力加速度为g，当P匀速下降时，求



（1） P所受单根导线拉力的大小;

（2） Q中电流的大小。

【答案】（1） mg

（2） $\frac{mg}{BL}$

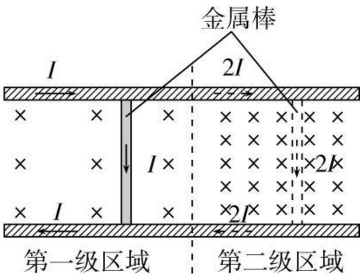
【解析】

（1） 由P匀速下降可知，P处于平衡状态，所受合力为 0，设单根导线的拉力大小为T，对P有 $2T=2mg$解得$T=mg$。

（2） 设Q所受安培力大小为F，对Q受力分析，有$mg+F=2T$又$F=BIL$解得$I=\frac{mg}{BL}$。

考向 2 加速问题

例 4 [2023 • 北京卷 • 18，9 分]2022 年，我国阶段性建成并成功运行了“电磁橇”，创造了大质量电磁推进技术的世界最高速度纪录。 一种两级导轨式电磁推进的原理如图所示。两平行长直金属导轨固定在水平面，导轨间垂直安放金属棒。金属棒可沿导轨无摩擦滑行，且始终与导轨接触良好。电流从一导轨流入，经过金属棒，再从另一导轨流回，图中电源未画出。导轨电流在两导轨间产生的磁场可视为匀强磁场，磁感应强度B与电流i的关系式为$B=ki$（k为常量）。金属棒被该磁场力推动。 当金属棒由第一级区域进入第二级区域时，回路中的电流由I变为 $2I$。已知两导轨内侧间距为L，每一级区域中金属棒被推进的距离均为s，金属棒的质量为m。求:



（1） 金属棒经过第一级区域时受到安培力的大小F。

（2） 金属棒经过第一、二级区域的加速度大小之比$a_1:a_2$。

（3） 金属棒从静止开始经过两级区域推进后的速度大小v。

【答案】（1） kI^2L

（2） $1:4$

（3） $I\sqrt{\frac{10kLs}{m}}$

【解析】

（1） 金属棒经过第一级区域时受到的安培力大小为$F=B_1IL$根据磁感应强度与电流的关系有$B_1=kI$联立可得$F=kI^2L$

（2） 同理可得，金属棒在第二级区域时受到的安培力大小为$F' = k(2I)^2L$，由牛顿第二定律得$a_1 = \frac{F}{m} = \frac{kI^2L}{m}$，$a_2 = \frac{F'}{m} = \frac{k(2I)^2L}{m}$所以$a_1 : a_2 = 1 : 4$

（3） 对金属棒，根据动能定理$W_{合} = \Delta E_k$可得$W_1 + W_2 = \frac{1}{2}mv^2$$W_1 = Fs$，$W_2 = F's$即$kI^2Ls + k(2I)^2Ls = \frac{1}{2}mv^2$解得$v = I\sqrt{\frac{10kLs}{m}}$

温馨提示 请完成《分层突破训练》课时作业 55

第 2 讲 磁场对运动电荷的作用

课标要求

通过实验，认识洛伦兹力；能判断洛伦兹力的方向，会计算洛伦兹力的大小；能用洛伦兹力分析带电粒子在匀强磁场中的偏转及其应用。

必备知识·强基固本

一、洛伦兹力

1．洛伦兹力：磁场对________的作用力叫洛伦兹力。

【答案】运动电荷

2．洛伦兹力的方向

（1）方向特点：$F \perp B$，$F \perp v$，即F垂直于B和v决定的__。

（2）判定方法：__定则。

【答案】平面； 左手

3．洛伦兹力的大小

（1）$v//B$时，洛伦兹力$F =$__。

（2）$v \perp B$时，洛伦兹力$F =$______。

【答案】0； qvB

二、带电粒子在匀强磁场中的运动

1．若$v//B$，带电粒子不受洛伦兹力，在匀强磁场中做________运动。

【答案】匀速直线

2．若$v \perp B$，带电粒子仅受洛伦兹力作用，在垂直于磁感线的平面内以入射速度v做________运动。

【答案】匀速圆周

3．做匀速圆周运动的基本公式

（1）向心力来源：$qvB =$________；

（2）轨道半径公式：$r =$________；

（3）周期公式：$T=$________。

【答案】$m\frac{v^2}{r}$；$\frac{mv}{qB}$；$\frac{2\pi m}{qB}$

自主评价

1．依据下面小情境，判断下列说法对错。

（人教版选择性必修第二册改编）如图甲所示，用洛伦兹力演示仪可以观察电子在磁场中的运动径迹。图乙是演示仪结构图，玻璃泡内充有稀薄的气体，由电子枪发射电子束，在电子束通过时能够显示电子的径迹。图丙是励磁线圈的原理图，两线圈之间产生近似匀强磁场，线圈中电流越大磁场越强，磁场的方向与两个线圈中心的连线平行。电子速度的大小和磁场的磁感应强度可以分别通过电子枪的加速电压和励磁线圈的电流来调节。若电子枪垂直磁场方向发射电子，给励磁线圈通电后，能看到电子束的径迹呈圆形。

（1） 仅增大励磁线圈中的电流，电子束径迹的半径变大。（ ）

（2） 仅升高电子枪加速电场的电压，电子束径迹的半径变大。（ ）

（3） 仅使电子枪加速电压增加到原来的 2 倍，电子束径迹的半径也增加到原来的 2 倍。（ ）

（4） 仅升高电子枪加速电场的电压，电子做圆周运动的周期将变大。（ ）

（5） 要使电子形成如图乙的运动径迹，图乙中励磁线圈应通以（沿垂直纸面向里方向观察）逆时针方向的电流。（ ）

【答案】（1） ×

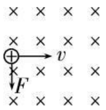
（2） √

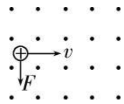
（3） ×

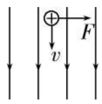
（4） ×

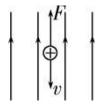
（5） ×

2．（人教版选择性必修第二册改编）下列各图中，运动电荷的速度方向、磁感应强度方向和电荷的受力方向之间的关系正确的是（ ）

A. 

B. 

C. 

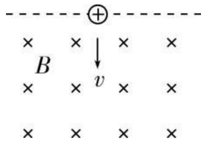
D. 

【答案】B

关键能力·核心突破

考点一 洛伦兹力的理解

1．[2023·海南卷·2，3 分]**洛伦兹力的认识**如图所示，带正电的小球竖直向下射入垂直纸面向里的匀强磁场，关于小球运动和受力的说法正确的是（ ）



A. 小球刚进入磁场时受到的洛伦兹力水平向右

B. 小球运动过程中的速度不变

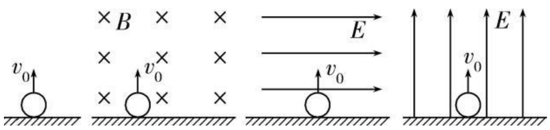
C. 小球运动过程中的加速度保持不变

D. 小球受到的洛伦兹力对小球做正功

【答案】A

【解析】带正电的小球刚进入磁场时速度方向竖直向下，由左手定则可知，小球刚进入磁场时受到的洛伦兹力水平向右，A 正确。小球运动过程中受重力和洛伦兹力作用，重力不变，洛伦兹力时刻变化，则小球所受合力不为零且时刻变化，所以小球速度和加速度均在变化，B、C 错误。洛伦兹力始终与小球速度方向垂直，永不做功，D 错误。

2．**洛伦兹力与电场力的比较多选** 带电小球以一定的初速度v_0竖直向上抛出，能够达到的最大高度为h_1；若加上水平方向的匀强磁场，且保持初速度仍为v_0，小球上升的最大高度为h_2；若加上水平方向的匀强电场，且保持初速度仍为v_0，小球上升的最大高度为h_3；若加上竖直向上的匀强电场，且保持初速度仍为v_0，小球上升的最大高度为h_4，如图所示。不计空气阻力，则（ ）



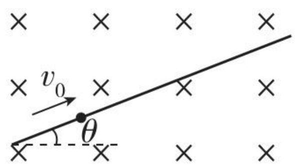
A. 一定有$h_1 = h_3$　　　　B. 一定有$h_1 < h_4$

C. h_2与h_4无法比较　　　　D. h_1与h_2无法比较

【答案】AC

【解析】第 1 个图，由竖直上抛运动规律得$h_1=\frac{v_0^2}{2g}$；第 3 个图，当加上电场时，在竖直方向上有$v_0^2=2gh_3$，所以$h_1=h_3$，A 正确。第 2 个图，洛伦兹力改变速度的方向，当小球在磁场中运动到最高点时，小球应有水平速度，设此时小球的动能为E_k，则由能量守恒得$mgh_2+E_k=\frac{1}{2}mv_0^2$，又$\frac{1}{2}mv_0^2=mgh_1$，所以$h_1>h_2$，D 错误。第 4 个图，因不知道小球电性，则不能判断h_4与h_1、h_2的大小关系，B 错误，C 正确。

3．[2024·浙江 6 月选考卷·15，3 分]**洛伦兹力参与的力学综合问题多选** 如图所示，一根固定的足够长的光滑绝缘细杆与水平面成θ角。质量为m、电荷量为$+q$的带电小球套在细杆上。小球始终处于磁感应强度大小为B的匀强磁场中，磁场方向垂直细杆所在的竖直面，不计空气阻力。小球以初速度v_0沿细杆向上运动至最高点，重力加速度为g，则该过程（ ）



A. 合力冲量大小为$mv_0\cos\theta$

B. 重力冲量大小为$mv_0\sin\theta$

C. 洛伦兹力冲量大小为$\frac{qBv_0^2}{2g\sin\theta}$

D. 若$v_0=\frac{2mg\cos\theta}{qB}$，弹力冲量为零

【答案】CD

【解析】根据动量定理得，合力的冲量等于动量的变化量，故合力冲量的大小为mv_0，A 错误。$-mg\sin\theta\cdot t=0-mv_0$，解得$t=\frac{v_0}{g\sin\theta}$，故重力的冲量大小为$mgt=\frac{mv_0}{\sin\theta}$，B 错误。洛伦兹力的冲量大小$I_{洛}=\sum qv_iB\Delta t=qBx$，根据动能定理得$-mgx\sin\theta=0-\frac{1}{2}mv_0^2$，解得$x=\frac{v_0^2}{2g\sin\theta}$，所以$I_{洛}=\frac{qBv_0^2}{2g\sin\theta}$，C 正确。若$v_0=\frac{2mg\cos\theta}{qB}$，开始时弹力方向垂直杆向下，$F_N=qvB-mg\cos\theta$，当$v=\frac{1}{2}v_0$时弹力刚好为零，随后弹力方向垂直杆向上，$F_N=mg\cos\theta-qvB$，整个过程中垂直杆向下的弹力冲量等于垂直杆向上的弹力冲量时，总的弹力冲量为零，即$(q\bar{v}_1B-mg\cos\theta)t_1=(mg\cos\theta-q\bar{v}_2B)t_2$，其中$t_1$是垂直杆向下的弹力的作用时间，$t_2$是垂直杆向上的弹力的作用时间，整理得$qB(x_1+x_2)=mg\cos\theta\cdot$

(t_1+t_2)，即$qBx=mg\cos\theta\cdot t$，将$x=\frac{v_0^2}{2g\sin\theta}$、$t=\frac{v_0}{g\sin\theta}$代入上式解得$v_0=\frac{2mg\cos\theta}{qB}$，D 正确。

核心提炼

1.洛伦兹力与安培力的联系及区别

（1）安培力是洛伦兹力的宏观表现，二者是相同性质的力，都是磁场力。

（2）安培力可以做功，而洛伦兹力对运动电荷不做功。

2.洛伦兹力与电场力的比较

项目	洛伦兹力	电场力
产生条件	$v\neq 0$ 且v不与B平行	电荷处在电场中
大小	$F=qvB(v\perp B)$	$F=qE$
方向	$F\perp B$且$F\perp v$	正电荷受力方向与电场方向相同，负电荷受力方向与电场方向相反
做功情况	任何情况下都不做功	可能做正功，可能做负功，也可能不做功

考点二 带电粒子在匀强磁场中的运动

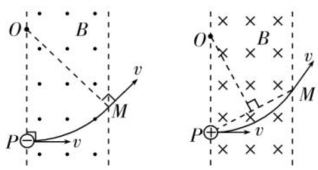
1.带电粒子在匀强磁场中运动的解题思路

（1）圆心的确定

①基本思路：与速度方向垂直的直线和轨迹圆中弦的中垂线一定过圆心。

②两种常见情形

情形一：已知入射方向和出射方向时，入射点和出射点速度方向垂线的交点就是圆弧轨迹的圆心，如图甲。



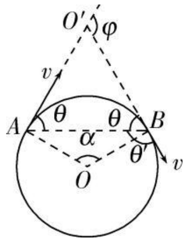
甲　　乙

情形二：已知入射方向和出射点的位置时，速度方向的垂线与弦的中垂线的交点就是圆弧轨迹的圆心，如图乙。

（2）半径的确定和计算

利用几何知识求出轨迹圆的半径，并注意以下两个重要的几何特点。

①粒子速度的偏转角φ 等于圆心角α ，并等于弦AB与切线的夹角（弦切角θ）的 2 倍（如图所示），即$\varphi=\alpha=2\theta=\omega t$。



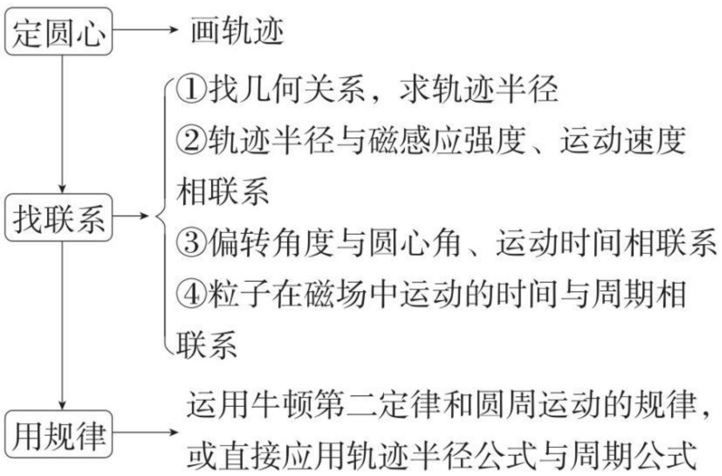
②相对的弦切角相等，相邻的弦切角互补，即$\theta+\theta'=180^\circ$ 。

（3）运动时间的确定

①由偏转角度α 计算：$t=\frac{\alpha}{360^\circ}T(或t=\frac{\alpha}{2\pi}T)$。

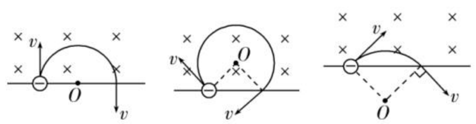
②由运动弧长计算：$t=\frac{s}{v}$。

2.带电粒子在磁场中做匀速圆周运动的分析方法



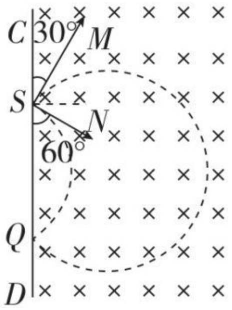
考向 1 单边直线边界

单边直线边界如图甲、乙、丙所示，粒子进出磁场具有对称性。



甲　　乙　　丙

例 1 **多选** 如图所示，竖直线CD右边的空间存在范围无限大且垂直纸面向里的有界匀强磁场，带有同种电荷的M粒子和N粒子同时从匀强磁场的边界CD上的S点分别以与边界的夹角为30° 和60° 射入磁场，两粒子又恰好同时到达Q点。不计粒子重力和粒子间的相互作用，则（ ）



A. M、N两粒子的运动轨迹半径之比为$\sqrt{3}:1$

B. M、N两粒子的运动轨迹半径之比为 $2:1$

C. M、N两粒子的初速度大小之比为$\sqrt{3}:1$

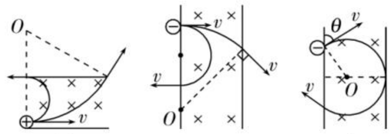
D. M、N两粒子的比荷之比为 $5:2$

【答案】AD

【解析】设$SQ=d$，由题图可知，M粒子在磁场中运动轨迹的半径$r_M=d$，运动轨迹所对应的圆心角为$300°$，运动轨迹弧长$s_M=\frac{5\pi d}{3}$，N粒子在磁场中运动轨迹的半径$r_N=\frac{\sqrt{3}}{3}d$，运动轨迹所对应的圆心角为$120°$，运动轨迹弧长$s_N=\frac{2\sqrt{3}\pi d}{9}$，所以$M$、$N$两粒子的运动轨迹半径之比为$\sqrt{3}:1$，A 正确，B 错误；因运动时间$t=\frac{s}{v}$，而$t_M=t_N$，则$M$、$N$粒子的初速度大小之比为 $15:2\sqrt{3}$，C 错误；根据$qvB=m\frac{v^2}{r}$，得$\frac{q}{m}=\frac{v}{rB}$，故M、N粒子的比荷之比为 $5:2$，D 正确。

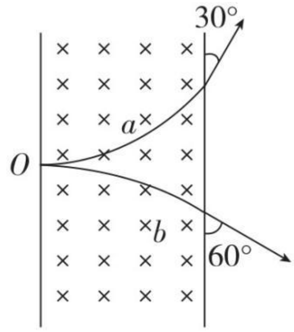
考向 2 平行边界

平行边界如图甲、乙、丙所示，粒子进出磁场存在临界条件。



甲 乙 丙

例 2 如图所示，平行边界区域内存在匀强磁场，比荷相同的带电粒子a和b依次从O点垂直于磁场的左边界射入，经磁场偏转后从右边界射出，带电粒子a和b射出磁场时与磁场右边界的夹角分别为$30°$ 和$60°$ 。不计粒子的重力和粒子间的相互作用，下列判断正确的是（ ）



A. 粒子a带负电，粒子b带正电

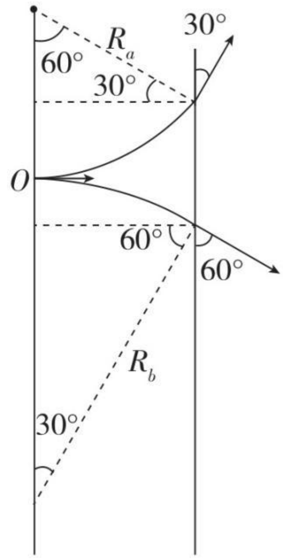
B. 粒子a和b在磁场中运动的半径之比为$1:\sqrt{3}$

C. 粒子a和b在磁场中运动的速率之比为$\sqrt{3}:1$

D. 粒子a和b在磁场中运动的时间之比为$1:2$

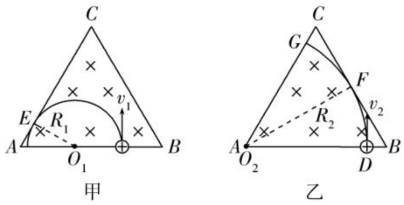
【答案】B

【解析】粒子a向上偏转，由左手定则可判断，粒子a带正电，而粒子b向下偏转，则粒子b带负电，故 A 错误；如图所示，由几何关系可知，磁场宽度$x=R_a\sin60^\circ=R_b\sin30^\circ$，解得$R_a:R_b=1:\sqrt{3}$，故 B 正确；由$qvB=m\frac{v^2}{R}$，可得$v=\frac{qBR}{m}$，则$v_a:v_b=R_a:R_b=1:\sqrt{3}$，故 C 错误；粒子运动的周期$T=\frac{2\pi m}{qB}$，则$T_a=T_b$，$a$运动的时间$t_a=\frac{60^\circ}{360^\circ}T_a=\frac{1}{6}T_a=\frac{1}{6}T$，$b$运动的时间$t_b=\frac{30^\circ}{360^\circ}T_b=\frac{1}{12}T_b=\frac{1}{12}T$，故$t_a:t_b=2:1$，故 D 错误。



考向 3 三角形边界

三角形边界磁场是指分布在三角形区域内的有界磁场，粒子的轨迹也是一段圆弧，由于三角形有等边三角形、等腰三角形、直角三角形等不同类型，所以会有不同的临界情境，如图甲、乙所示。



解答该类问题主要把握以下两点：

（1）射入磁场的方式

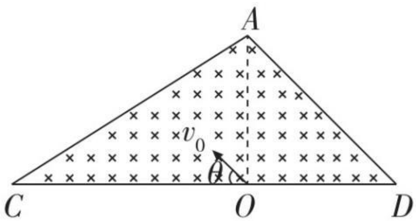
①从某顶点射入。

②从某条边上某点（如中点）垂直（或成某一角度）射入。

（2）射出点的判断

其临界条件是判断轨迹可能与哪条边相切，进而判定出射点的可能位置。

例 3 [2024 • 湖北鄂东南联盟联考]如图所示，三角形ACD区域内有垂直于纸面向里的匀强磁场，磁感应强度大小为B，$\angle C = 30°$，$\angle D = 45°$，AO垂直于CD，OA长度为L。O点有一电子源，在ACD平面向磁场内各个方向均匀发射速率均为v_0的电子，速度方向用与OC的夹角θ表示，电子质量为m，电荷量为$-e$，且满足$v_0 = \frac{BeL}{m}$，不计电子重力和电子间的相互作用，下列说法正确的是（ ）



A. 从AC边射出的电子占总电子数的六分之一

B. 从AD边射出的电子占总电子数的二分之一

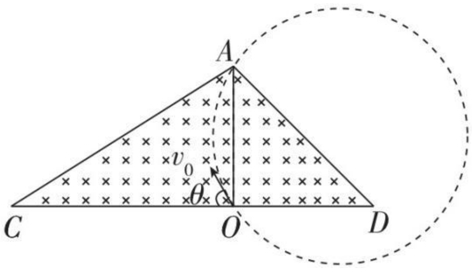
C. 从OD边射出的电子占总电子数的三分之一

D. 所有从AC边射出的电子中，当$\theta = 30°$时，所用的时间最短

【答案】B

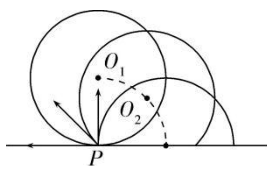
【解析】由于电子源发射的电子速率相同，电子在磁场中做匀速圆周运动，洛伦兹力提供向心力，有$ev_0B = m\frac{v_0^2}{R}$，解得$R = \frac{mv_0}{eB} = L$，即所有电子运动轨迹的

半径都相等，由左手定则可知，电子进入磁场后顺时针做圆周运动，所以其从AC边射出的一个临界位置为从A点射出，此时$\theta=60°$，如图所示，当$0°\le\theta\le 60°$时，电子从AC边射出，由几何关系可知从AC边射出的电子占总电子的$\frac{60°}{180°}=\frac{1}{3}$，故 A 错误；当$60°\le\theta\le 150°$时，电子从$AD$边射出，由几何关系可知从$AD$边射出的电子占总电子的$\frac{90°}{180°}=\frac{1}{2}$，故 B 正确；当$150°\le\theta\le 180°$时，电子从$OD$边射出，由几何关系可知从$OD$边射出的电子占总电子的$\frac{30°}{180°}=\frac{1}{6}$，故 C 错误；电子在磁场中做匀速圆周运动，其周期为T，有$T=\frac{2\pi R}{v_0}$，在磁场中运动的时间为t，有$\frac{t}{T}=\frac{\alpha}{2\pi}$，整理有$t=\frac{\alpha m}{eB}$，即电子运动的圆心角越小，其在磁场中运动的时间就越短，圆心角所对应的弦长越长，其圆心角越大，所以最短时间即为弦长的最小值，过O点作AC的垂线，交AC于E点（图中未画出），则电子从E点射出时，所用时间最短，由几何关系可知此时θ不等于$30°$，故 D 错误。

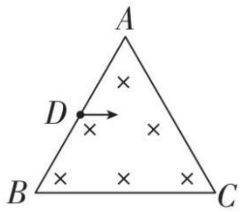


总结归纳

“旋转圆”模型

<table>
<tr><td rowspan="2">适用条件</td><td>速度大小一定，方向不同</td><td>粒子源发射速度大小一定、方向不同的同种带电粒子进入匀强磁场时，它们在磁场中做匀速圆周运动的半径相同，若入射速度为v_0，则运动半径为$R=\frac{mv_0}{qB}$</td></tr>
<tr><td>轨迹圆圆心共圆</td><td>带电粒子在磁场中做匀速圆周运动的圆心在以入射点P为圆心、半径$R=\frac{mv_0}{qB}$的圆上。如图所示

</td></tr>
<tr><td>界定方法</td><td colspan="2">将一半径为$R=\frac{mv_0}{qB}$的圆以入射点为圆心进行旋转，从而探索出临界条件，这种方法称为“旋转圆”法</td></tr>
</table>

迁移应用 1．［2024·四川成都三模］**多选** 如图所示，边长为 $2L$的等边三角形 ABC内有垂直纸面向里、磁感应强度大小为B_0的匀强磁场，D是AB边的中点，一质量为m、电荷量为$-q$的带电粒子从D点以不同的速率平行于BC边方向射入磁场，不计粒子重力，下列说法正确的是（ ）



A. 粒子可能从B点射出

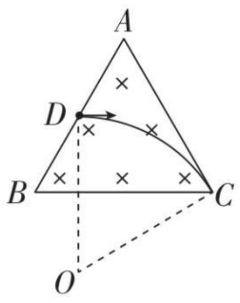
B. 若粒子从C点射出，则粒子做匀速圆周运动的半径为$\frac{\sqrt{3}}{2}L$

C. 若粒子从C点射出，则粒子在磁场中运动的时间为$\frac{\pi m}{3qB_0}$

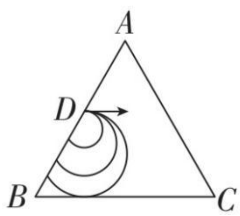
D. 若粒子从AB边射出，则粒子在磁场中运动的时间相同，且时间最长

【答案】CD

【解析】带负电的粒子从D点以速率v平行于BC边方向射入磁场，由左手定则可知，粒子向下偏转，但由于BC边的限制，粒子不能到达B点，A 错误；若粒子从C点射出，如图甲所示，根据几何关系可得$R^2=(R-L\sin 60°)^2+(2L-L\cos 60°)^2$，解得$R=\sqrt{3}L$，B 错误；粒子运动轨迹对应的圆心角的正弦值为$\sin\angle O=\frac{2L-L\cos 60°}{R}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则$\angle O=60°$，粒子在磁场中运动的时间为$t=\frac{60°}{360°}T=\frac{1}{6}\times\frac{2\pi m}{qB_0}=\frac{\pi m}{3qB_0}$，C 正确；若粒子从$AB$边射出，则粒子的速度越大，运动轨迹的半径越大，如图乙所示，粒子从AB边射出时的圆心角θ 相同，且为最大，根据$t=\frac{\theta}{360°}T$、$T=\frac{2\pi m}{qB_0}$知粒子在磁场中运动的周期相等，则其在磁场中运动的时间相同，且时间最长，D 正确。



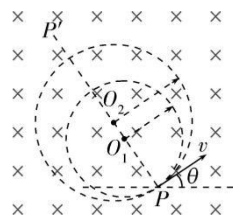
甲



乙

总结归纳

“放缩圆”模型

<table>
<tr><td rowspan="2">适用条件</td><td>速度方向一定，大小不同</td><td>粒子源发射速度方向一定、大小不同的同种带电粒子进入匀强磁场时，这些带电粒子在磁场中做匀速圆周运动的轨迹半径随速度的变化而变化</td></tr>
<tr><td>轨迹圆圆心共线</td><td>如图所示（图中只画出粒子带正电的情境），速度v越大，运动半径也越大，可以发现这些带电粒子运动轨迹的圆心都在垂直初速度方向的直线PP'上

</td></tr>
<tr><td>界定方法</td><td>以入射点P为定点，入射方向不变，速度大小改变，则圆心位于直线PP'上，将半径放缩作轨迹圆，从而探索出临界条件，这种方法称为“放缩圆”法</td><td></td></tr>
</table>

考向 4 圆形边界

圆形边界磁场是指分布在圆形区域内的有界磁场，带电粒子在圆形边界的匀强磁场中的轨迹也是一段圆弧。由于此类问题涉及两个圆：粒子运动轨迹的圆与磁场区域的圆，能很好地考查综合分析能力。

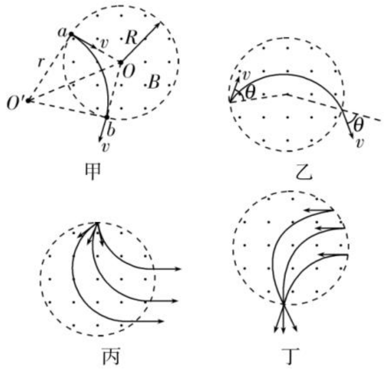
带电粒子在圆形边界磁场中运动的四个结论：

（1）径向进出：沿径向射入必沿径向射出，如图甲所示。

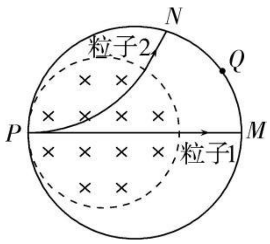
（2）等角进出：射入与射出时速度方向与对应半径的夹角相等，如图乙所示。

（3）点入平出（磁发散）：带电粒子从同一点射入磁场，当带电粒子在磁场中做圆周运动的半径与圆形磁场区域的半径相同时，射出方向平行，如图丙所示。

（4）平入点出（磁聚焦）：若带电粒子以相互平行的速度射入磁场，且带电粒子在磁场中做圆周运动的半径和圆形磁场区域半径相同，则从同一点射出，如图丁所示。



例 4 [2022 • 辽宁卷 • 8，6 分]**多选** 粒子物理研究中使用的一种球状探测装置横截面的简化模型如图所示。内圆区域有垂直纸面向里的匀强磁场，外圆是探测器。两个粒子先后从P点沿径向射入磁场，粒子 1 沿直线通过磁场区域后打在探测器上的M点，粒子 2 经磁场偏转后打在探测器上的N点。装置内部为真空状态，忽略粒子重力及粒子间的相互作用力。下列说法正确的是（ ）



A. 粒子 1 可能为中子

B. 粒子 2 可能为电子

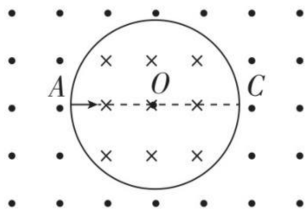
C. 若增大磁感应强度，粒子 1 可能打在探测器上的Q点

D. 若增大粒子入射速度，粒子 2 可能打在探测器上的Q点

【答案】AD

【解析】由运动轨迹知粒子 1 不带电，粒子 2 带正电，则粒子 1 可能为中子，粒子 2 不可能为电子，A 正确，B 错误；粒子 1 不带电，在磁场中运动时不受洛伦兹力，增大磁感应强度对其运动轨迹无影响，C 错误；由$qvB=\frac{mv^2}{r}$得$r=\frac{mv}{qB}$，若增大粒子入射速度，粒子运动的轨迹半径也增大，粒子 2 可能打在探测器上的Q点，D 正确。

迁移应用 2．[2024 • 湖北卷 • 7，4 分]如图所示，在以O点为圆心、半径为R的圆形区域内有垂直于纸面向里的匀强磁场，磁感应强度大小为B。圆形区域外有大小相等、方向相反、范围足够大的匀强磁场。一质量为m、电荷量为$q(q > 0)$的带电粒子沿直径AC方向从A点射入圆形区域。不计重力，下列说法正确的是（ ）



A. 粒子的运动轨迹可能经过O点

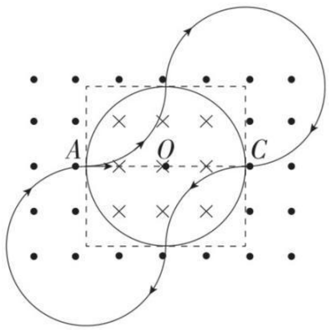
B. 粒子射出圆形区域时的速度方向不一定沿该区域的半径方向

C. 粒子连续两次由A点沿AC方向射入圆形区域的最小时间间隔为$\frac{7\pi m}{3qB}$

D. 若粒子从A点射入到从C点射出圆形区域用时最短，粒子运动的速度大小为$\frac{\sqrt{3}qBR}{3m}$

【答案】D

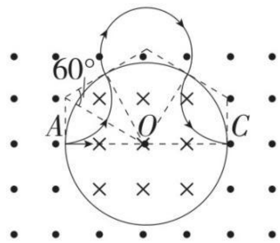
【解析】在圆形匀强磁场区域内，沿着径向射入的粒子，总是沿径向射出；根据圆的特点可知粒子的运动轨迹不可能经过O点，A、B 错误。根据对称性可知，粒子连续两次由A点沿AC方向射入圆形区域的时间最短的轨迹如图甲所示，



甲

则最短时间为$t = 2T = \frac{4\pi m}{qB}$，C 错误。粒子从$A$点射入到从$C$点射出圆形区域用时最短，则轨迹如图乙所示，设粒子在磁场中运动的轨迹半径为r，根据几何关

系可知$\frac{R}{r}=\tan 60°$，即$r=\frac{\sqrt{3}R}{3}$，根据洛伦兹力提供向心力有$qvB=m\frac{v^2}{r}$，可得$v=\frac{\sqrt{3}qBR}{3m}$，D 正确。



乙

温馨提示 请完成《分层突破训练》课时作业 56

专题突破 16 带电粒子在磁场中的运动综合问题

关键能力·核心突破

题型一 带电粒子在磁场中运动的临界、极值问题

解决带电粒子在磁场中的临界、极值问题的关键

（1）通常以题目中的“恰好”“最大”“最高”“至少”等词语为突破口，运用动态思维，寻找临界点，确定临界状态，根据磁场边界和题设条件画好轨迹，定好圆心，建立几何关系。

（2）寻找临界点常用的结论

①刚好穿出磁场边界的条件是带电粒子在磁场中运动的轨迹与边界相切。

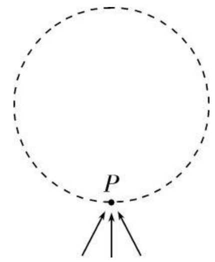
②当速度v一定时，弧长（或弦长）越长，圆心角越大，带电粒子在有界磁场中运动的时间越长。

③当速度v变化时，圆心角越大的，运动时间越长。

④在圆形匀强磁场中，若运动轨迹圆半径大于区域圆半径，则入射点和出射点为磁场直径的两个端点时，轨迹对应的圆心角最大（所有的弦中直径最长）。

（3）数学方法和物理方法的结合:如利用“矢量图”和“边界条件”等求临界值，利用“三角函数”“不等式的性质”和“二次方程的判别式”等求极值。

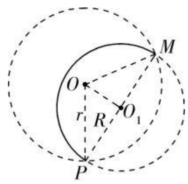
例 1 如图所示，圆形区域内有一垂直纸面的匀强磁场，P为磁场边界上的一点。有无数个带电荷量和质量都相同的粒子在纸面内沿各个方向以同样的速率通过P点进入磁场。这些粒子射出边界的位置均处于边界的某一段圆弧上，这段圆弧的弧长是圆周长的$\frac{1}{3}$。将磁感应强度的大小从原来的B_1变为B_2，结果相应的弧长变为圆周长的$\frac{1}{4}$，不计粒子重力和粒子间的相互作用，则$\frac{B_2}{B_1}$等于（ ）



A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　C. $\frac{4}{3}$　　D. $\frac{3}{4}$

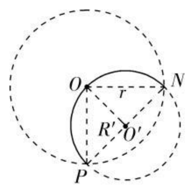
【答案】A

【解析】设圆形磁场区域的半径为r，磁感应强度大小为B_1时，从P点射入的粒子的轨迹与磁场边界最远的交点为M，M点是轨迹圆直径与磁场边界圆的交点，如图甲所示，$\angle POM=120°$，设粒子做圆周运动的半径为R，则有$\sin60°=\frac{R}{r}$，解得$R=\frac{\sqrt{3}}{2}r$。



甲

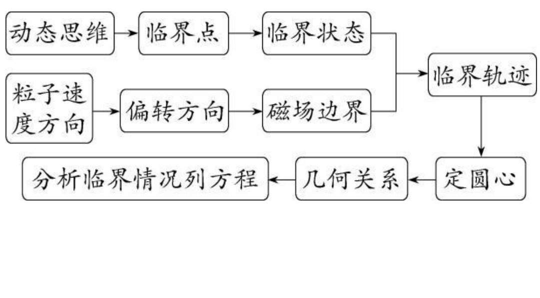
磁感应强度大小为B_2时，从P点射入的粒子的轨迹与磁场边界最远的交点为N，N点是轨迹圆直径与磁场边界圆的交点，如图乙所示，$\angle PON=90°$，设粒子做圆周运动的半径为R'，则有$R'=\frac{\sqrt{2}}{2}r$。带电粒子做匀速圆周运动的半径$R=\frac{mv}{qB}$，由于v、m、q相等，则$\frac{B_2}{B_1}=\frac{R}{R'}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}r}{\frac{\sqrt{2}}{2}r}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，故选项 A 正确，B、C、D 错误。



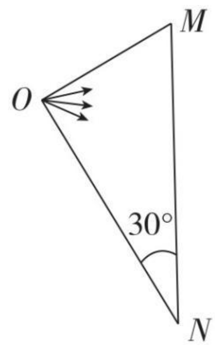
乙

总结归纳

临界问题的一般解题流程



迁移应用．[2024·湖北襄阳模拟]如图所示，在直角△MON区域内存在垂直纸面向外的匀强磁场（未画出），磁感应强度大小为B，O点处的粒子源可向纸面内磁场区域各个方向发射带电粒子。已知带电粒子的质量均为m、电荷量均为$+q$、速率均为$v=\frac{qBd}{2m}$，ON长为d且$\angle ONM=30°$，忽略粒子的重力及相互间的作用力。下列说法正确的是（ ）



A. 自MN边射出的粒子在磁场中运动的最短时间为$\frac{\pi m}{6qB}$

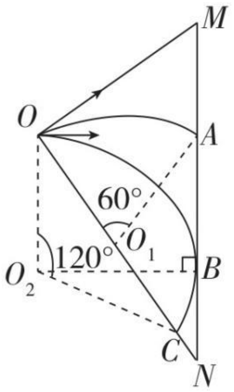
B. 自MN边射出的粒子在磁场中运动的最长时间为$\frac{5\pi m}{6qB}$

C. MN边上有粒子到达区域的长度为$\frac{d}{2}$

D. ON边上有粒子到达区域的长度为$\frac{\sqrt{3}d}{3}$

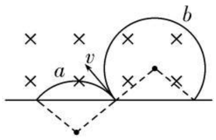
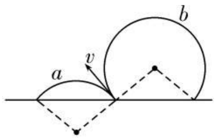
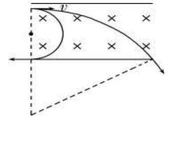
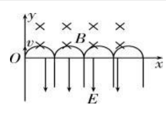
【答案】C

【解析】根据$qvB=m\frac{v^2}{r}$，解得$r=\frac{d}{2}$，自MN边射出的粒子在磁场中运动的最短时间的运动轨迹交MN于A点，圆弧所对应的圆心角为$60°$，自MN边射出的粒子在磁场中运动的最长时间的运动轨迹交MN于B点，交ON于C点，圆弧所对应的圆心角为$120°$，如图所示，根据$T=\frac{2\pi r}{v}$，解得$T=\frac{2\pi m}{qB}$，联立解得$t_{\min}=\frac{60°}{360°}T=\frac{\pi m}{3qB}$，$t_{\max}=\frac{120°}{360°}T=\frac{2\pi m}{3qB}$，故 A、B 错误；$MN$边上有粒子到达区域的长度为$A$、$B$之间的距离，由几何关系可得$AB=2\times\frac{d}{2}\cos30°-(d-\frac{\frac{d}{2}}{\cos30°})\cos30°=\frac{d}{2}$，故 C 正确；$ON$边上有粒子到达区域的长度为$O$、$C$之间的距离，由几何关系可得$OC=2\times\frac{d}{2}\cos30°=\frac{\sqrt{3}}{2}d$，故 D 错误。



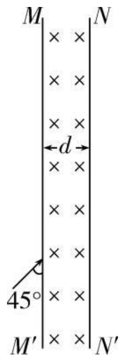
题型二 带电粒子在匀强磁场中运动的多解问题

带电粒子在洛伦兹力作用下做匀速圆周运动，由于多种因素的影响，使问题形成多解。多解的形成原因一般包含 4 个方面：

类型	分析	图例
带电粒子电性不确定	受洛伦兹力作用的带电粒子，可能带正电，也可能带负电，在相同的初速度下，正、负粒子在磁场中运动轨迹不同，形成多解	若带正电，其轨迹为a；若带负电，其轨迹为b 
磁场方向不确定	只知道磁感应强度大小，而未具体指出磁感应强度方向，此时由于磁感应强度方向不确定而形成多解	粒子带正电，若磁场垂直纸面向里，其轨迹为a；若磁场垂直纸面向外，其轨迹为b 
临界状态不唯一	带电粒子在洛伦兹力作用下飞越有界磁场时，由于粒子运动轨迹是圆弧，因此，它可能穿过磁场飞出，也可能转过$180°$从入射界面反向飞出，于是形成多解	
运动具有周期性	带电粒子在部分是电场、部分是磁场的空间运动时，运动往往具有周期性，因而形成多解	

考向 1 带电粒子电性不确定形成多解

例 2 **多选** 如图，宽度为d的有界匀强磁场，磁感应强度为B，MM'和NN'是它的两条边界线，现有质量为m、电荷量为q的带电粒子沿图示方向垂直磁场射入。不计粒子重力，要使粒子不能从边界NN'射出，粒子入射速率v的最大值可能是（ ）

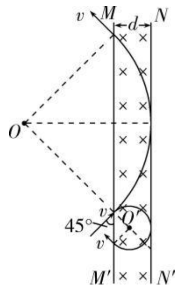


A. $\frac{qBd}{m}$　　B. $\frac{(2+\sqrt{2})qBd}{m}$

C. $\frac{qBd}{2m}$　　D. $\frac{(2-\sqrt{2})qBd}{m}$

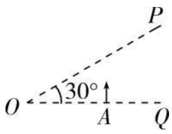
【答案】BD

【解析】若带电粒子带正电，速度最大时对应轨迹为图中与NN'相切的$\frac{1}{4}$圆弧，则轨迹半径$R=\frac{mv}{Bq}$，又$d=R-R\sin45°$，解得$v=\frac{(2+\sqrt{2})Bqd}{m}$；若带电粒子带负电，速度最大时对应轨迹是图中与$NN'$相切的$\frac{3}{4}$圆弧，则轨迹半径$R'=\frac{mv}{Bq}$，又$d=R'+R'\sin45°$，解得$v=\frac{(2-\sqrt{2})Bqd}{m}$，故选项 B、D 正确。



考向 2 磁场方向不确定形成多解

例 3 **多选** 如图所示，A点的离子源沿纸面垂直于OQ向上射出一束负离子，离子所受的重力忽略不计。为把这束负离子约束在OP之下的区域，可加垂直于纸面的匀强磁场。已知O、A两点间的距离为s，负离子的比荷为$\frac{q}{m}$，速率为v，OP与OQ间的夹角为$30°$，则所加匀强磁场的磁感应强度B的大小和方向可能是（ ）

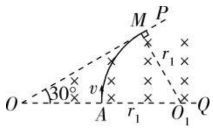


A. $B>\frac{mv}{3qs}$，垂直于纸面向里　　B. $B>\frac{mv}{qs}$，垂直于纸面向里

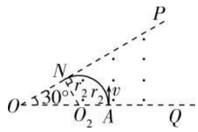
C. $B>\frac{mv}{qs}$，垂直于纸面向外　　D. $B>\frac{3mv}{qs}$，垂直于纸面向外

【答案】BD

【解析】当磁场方向垂直于纸面向里时，离子恰好与OP相切的轨迹如图甲所示，切点为M，设轨迹半径为r_1，由几何关系可知，$\sin 30°=\frac{r_1}{s+r_1}$，可得$r_1=s$，由$r_1=\frac{mv}{B_1q}$可得$B_1=\frac{mv}{qs}$；当磁场方向垂直于纸面向外时，离子运动轨迹与$OP$相切于$N$点，如图乙所示，由几何关系可得$s=\frac{r_2}{\sin 30°}+r_2$，解得$r_2=\frac{s}{3}$，又$r_2=\frac{mv}{qB_2}$，所以$B_2=\frac{3mv}{qs}$。综合上述分析可知，B、D 正确，A、C 错误。



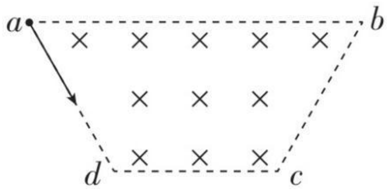
甲



乙

考向 3 临界状态不唯一形成多解

例 4 [2024·江西南昌模拟] **多选** 如图，在等腰梯形$abcd$区域内（包含边界）存在垂直纸面向里的匀强磁场，磁感应强度大小为B，边长$ad=dc=bc=l$，$ab=2l$。一质量为m、电荷量为q的带正电粒子，从a点沿着ad方向射入磁场中，不计粒子的重力，为了使粒子不能从bc边射出磁场区域，粒子的速率可能为（ ）

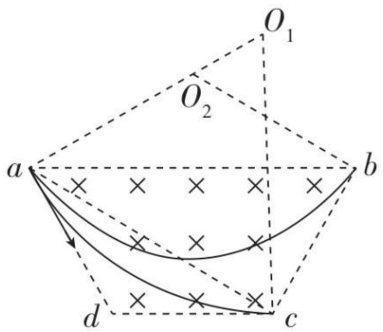


A. $\frac{2\sqrt{3}qBl}{5m}$　　B. $\frac{4\sqrt{3}qBl}{5m}$　　C. $\frac{6\sqrt{3}qBl}{5m}$　　D. $\frac{5\sqrt{3}qBl}{6m}$

【答案】AC

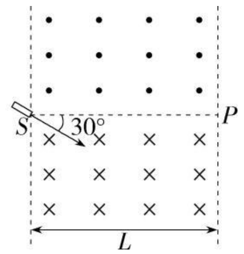
【解析】粒子不从bc边射出，其临界点分别是从b点和c点射出，其临界轨迹如图所示，当粒子从c点飞出时，由几何关系有$r_1=ac=\sqrt{3}l$，若粒子从b点飞出

时，由几何关系有$r_2=\frac{2\sqrt{3}}{3}l$，粒子在磁场中由洛伦兹力提供向心力，有$qvB=m\frac{v^2}{r}$，整理有$r=\frac{mv}{qB}$，综上所述，有$r<r_2$或$r>r_1$，解得$v<\frac{2\sqrt{3}qBl}{3m}$或$v>\frac{\sqrt{3}qBl}{m}$，故选 A、C。



考向 4 运动的周期性形成多解

例 5 [2022 • 湖北卷 • 8，4 分] **多选** 在如图所示的平面内，分界线SP将宽度为L的矩形区域分成两部分，一部分充满方向垂直于纸面向外的匀强磁场，另一部分充满方向垂直于纸面向里的匀强磁场，磁感应强度大小均为B，SP与磁场左右边界垂直。离子源从S处射入速度大小不同的正离子，离子入射方向与磁场方向垂直且与SP成30° 角。已知离子比荷为k，不计重力。若离子从P点射出，设出射方向与入射方向的夹角为θ，则离子的入射速度和对应θ角的可能组合为（ ）



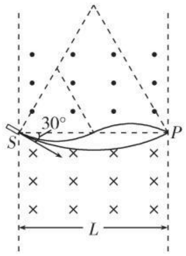
A. $\frac{1}{3}kBL$，0°　　B. $\frac{1}{2}kBL$，0°　　C. kBL，60°　　D. $2kBL$，60°

【答案】BC

【解析】离子在磁场中做匀速圆周运动，可能的运动轨迹如图所示（射入与射出磁场时速度与磁场边界的夹角相同）。根据离子运动轨迹及几何关系可知，当离子从下部分磁场射出时，需满足$(2n+1)R=L(n=0,1,2,\cdots)$，$\theta=60°$，结合$qvB=m\frac{v^2}{R}$得此时速度$v=\frac{kBL}{2n+1}(n=0,1,2,\cdots)$，C 正确，D 错误；当离子从

上部分磁场射出时，需满足 $2nR = L(n = 1,2,3,\cdots)$，$\theta = 0°$，结合$qvB = m\frac{v^2}{R}$

得此时速度$v = \frac{kBL}{2n}(n = 1,2,3,\cdots)$，B 正确，A 错误。



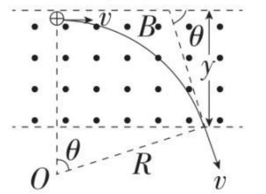
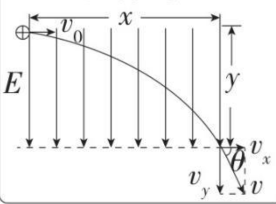
温馨提示 请完成《分层突破训练》课时作业 57

专题突破 17 带电粒子在组合场中的运动

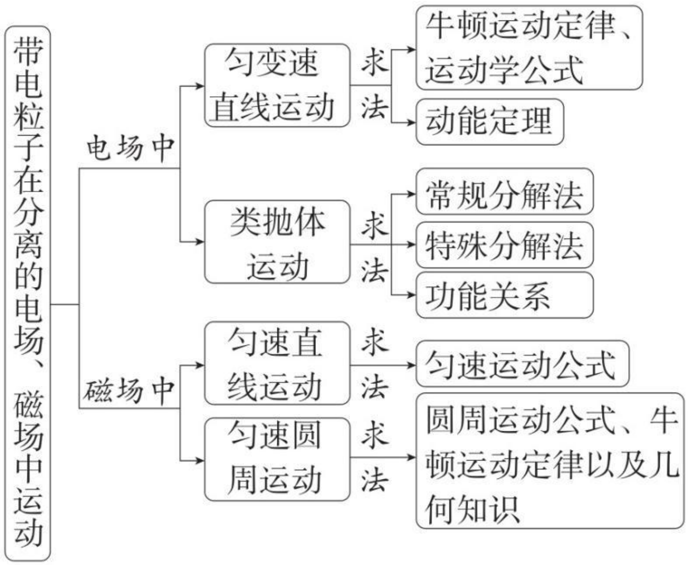
关键能力·核心突破

题型一 带电粒子在常见组合场中的运动 考教衔接

1.“磁偏转”和“电偏转”的比较

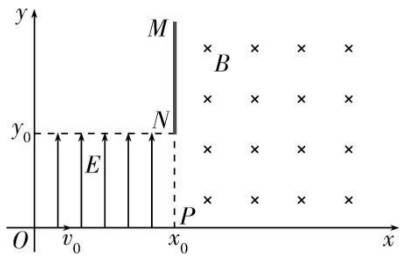
圆弧 	运动轨迹	抛物线 
洛伦兹力$F=qvB$，其大小不变、方向随v的改变而改变，F不是恒力	受力情况	电场力$F=qE$，其大小、方向均不变，与速度无关，F是恒力
利用牛顿第二定律、向心力公式、圆周运动公式求解，偏移距离y和偏转角θ要结合几何关系利用圆周运动规律讨论求解，常用公式有$R=\frac{mv}{qB}$，$T=\frac{2\pi m}{qB}$	求解方法	利用平抛运动的规律、牛顿第二定律、动能定理求解，常用公式有$x=v_0t$，$y=\frac{1}{2}at^2$，$v_x=v_0$，$v_y=at$，$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$，$\tan\theta=\frac{v_y}{v_x}=\frac{at}{v_0}$，$a=\frac{qE}{m}=\frac{qU}{md}$，$qU=\frac{1}{2}mv_y^2$
$t=\frac{\theta}{2\pi}T=\frac{\theta m}{qB}$	运动时间	$t=\frac{x}{v_0}$
洛伦兹力不做功，带电粒子动能不变	动能	动能变化量等于电场力做的功

2.分析带电粒子在组合场中运动的方法



考向 1 先电场后磁场

例 1 [2023·海南卷·13，4 分]**多选** 如图所示，质量为m、带电荷量为$+q$的带电粒子，从坐标原点O以初速度v_0射入第一象限内的电、磁场区域，在 $0<y<y_0$，$0<x<x_0$（x_0、y_0为已知量）区域内有竖直向上的匀强电场，在$x>x_0$区域内有垂直纸面向里、大小为B的匀强磁场，控制电场强度E（E值有多种可能），可让粒子从NP射入磁场后偏转打到足够长的接收器MN上，不计重力，则（ ）



A. 粒子从NP中点射入磁场，电场强度$E=\frac{y_0 m v_0^2}{q x_0^2}$

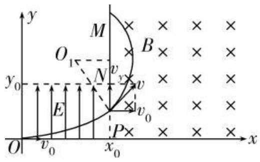
B. 粒子从NP中点射入磁场时的速度$v=v_0\sqrt{1+\frac{x_0^2}{y_0^2}}$

C. 粒子在磁场中做圆周运动的圆心到NM的距离为$\frac{mv_0}{qB}$

D. 粒子在磁场中运动的轨迹半径的最大值是$\frac{mv_0\sqrt{x_0^2+4y_0^2}}{qBx_0}$

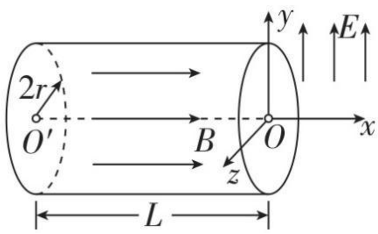
【答案】AD

【解析】若粒子经过NP中点，则$x_0 = v_0 t$，$\frac{1}{2}y_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{qE}{m} t^2$，解得$E = \frac{mv_0^2 y_0}{qx_0^2}$，A 正确；粒子从$NP$中点射入磁场时，如图所示，则$\frac{y_0}{2} = \frac{v_y}{2} t$，速度$v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \frac{v_0}{x_0}\sqrt{x_0^2 + y_0^2}$，B 错误；粒子从电场中射出时的速度方向与竖直方向夹角为θ，则$\tan\theta = \frac{v_0}{v_y} = \frac{v_0}{\frac{qE}{m}\frac{x_0}{v_0}} = \frac{mv_0^2}{qEx_0}$，粒子从电场中射出时的速度$v = \frac{v_0}{\sin\theta}$，粒子进入磁场后做匀速圆周运动，有$qvB = m\frac{v^2}{r}$，粒子进入磁场后做圆周运动的圆心到$MN$的距离为$d = r\cos\theta$，解得$d = \frac{Ex_0}{Bv_0}$，C 错误；当粒子在磁场中运动有最大运动半径时，进入磁场的速度最大，则此时粒子从N点进入磁场，此时竖直最大速度$v_{ym} = \frac{2y_0}{t}$，$x_0 = v_0 t$，离开电场的最大速度$v_m = \sqrt{v_0^2 + v_{ym}^2} = \frac{v_0}{x_0}\sqrt{x_0^2 + 4y_0^2}$，则由$qvB = m\frac{v^2}{r}$可得最大半径$r_m = \frac{mv_m}{qB} = \frac{mv_0}{qB}\sqrt{\frac{x_0^2 + 4y_0^2}{x_0^2}}$，D 正确。



考向 2 先磁场后电场

例 2 [2024·湖南卷·14，14 分]如图，有一内半径为 $2r$、长为L的圆筒，左右端面圆心O'、O处各开有一小孔。以O为坐标原点，取$O'O$方向为x轴正方向建立xyz坐标系。在筒内$x \le 0$ 区域有一匀强磁场，磁感应强度大小为B，方向沿x轴正方向；筒外$x \ge 0$ 区域有一匀强电场，场强大小为E，方向沿y轴正方向。一电子枪在O'处向圆筒内多个方向发射电子，电子初速度方向均在xOy平面内，且在x轴正方向的分速度大小均为v_0。已知电子的质量为m、电荷量为e，设电子始终未与筒壁碰撞，不计电子之间的相互作用及电子的重力。



（1） 若所有电子均能经过O进入电场，求磁感应强度B的最小值；

（2） 取（1）问中最小的磁感应强度B，若进入磁场中电子的速度方向与x轴正方向最大夹角为θ，求 $\tan\theta$ 的绝对值；

（3） 取（1）问中最小的磁感应强度B，求电子在电场中运动时y轴正方向的最大位移。

溯源教材

（人教版选择性必修第二册第一章第 3 节）

演示

观察带电粒子的运动径迹图

1.3-2 是洛伦兹力演示仪的示意图。电子枪可以发射电子束。玻璃泡内充有稀薄的气体，在电子束通过时能够显示电子的径迹。励磁线圈能够在两个线圈之间产生匀强磁场，磁场的方向与两个线圈中心的连线平行。

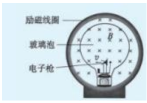


图 1.3-2 洛伦兹力演示仪示意图

分别预测下列情况下带电粒子的运动径迹，然后用洛伦兹力演示仪进行检验。

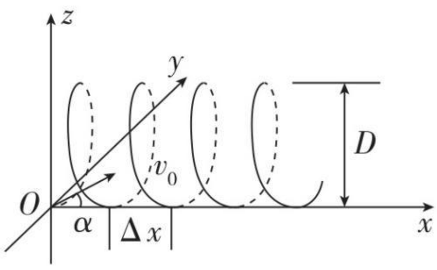
1.不加磁场。

2.在玻璃泡中施加沿两线圈中心连线方向、由读者指向纸面的磁场。

3.保持出射电子的速度不变，改变磁感应强度。

4.保持磁感应强度不变，改变出射电子速度的大小和方向。

拓展 调节洛伦兹力演示仪的玻璃泡角度使电子束在匀强磁场中的运动轨迹呈“螺旋”状，如图所示为电子运动轨迹示意图，空间存在平行x轴的匀强磁场，在xOy平面内由坐标原点以初速度v_0将电子射入磁场，方向与x轴正方向成α 角$(\alpha < 90°)$，则粒子的轨迹呈现螺旋线形状。



溯源分析

相同点	两道题及教材演示实验均需建立带电粒子的螺旋线运动情境
不同点	教材演示实验是基础，可以直观地看出粒子的螺旋线轨迹；2024 年湖南卷 14 题要求在弄清运动轨迹的基础上，进一步把握螺旋线的周期性特征，求所有电子均能经过O进入电场的情况下磁感应强度B的最小值
复习启示	很多高考题似曾相识，都可以在教材找到“影子”，高考题会以教材习题、演示实验等为素材，进行适当的改编、组合和拓展

【答案】（1）$\frac{2\pi m v_0}{eL}$

（2）$\frac{2\pi r}{L}$

（3）$\frac{2\pi^{2} m v_0^2 r^2}{eEL^2}$

【解析】

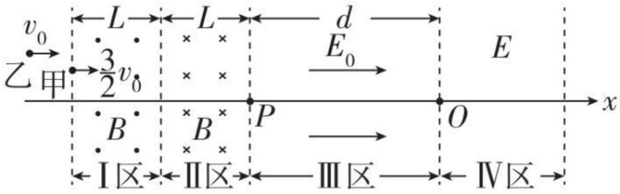
（1） 若所有电子均能经过O进入电场，则在沿x轴正方向有$L=v_0 t$电子在yOz平面内做匀速圆周运动，其运动周期$T=\frac{2\pi m}{eB}$运动时间满足$t=nT(n=1,2,3,\cdots)$联立求得当$n=1$时，磁感应强度最小，最小值$B=\frac{2\pi m v_0}{eL}$

（2） 设在O'点当电子在y轴方向的分速度最大为v_y时，进入磁场中电子的速度方向与x轴正方向的夹角最大为θ，则$\tan\theta=\frac{v_y}{v_0}$由几何关系，电子在$yOz$平面内做匀速圆周运动的最大半径为$r$，则由洛伦兹力提供向心力有$ev_y B=m\frac{v_y^2}{r}$联立并代入$B=\frac{2\pi m v_0}{eL}$，解得$\tan\theta=\frac{2\pi r}{L}$

（3） 进入O点右侧区域后，电子沿y轴正方向做匀减速直线运动，由牛顿第二定律有$eE=ma$沿y轴正方向的最大位移$h=\frac{v_y^2}{2a}$其中$v_y=v_0\tan\theta=\frac{2\pi r v_0}{L}$联立解得$h=\frac{2\pi^{2} m v_0^2 r^2}{eEL^2}$

迁移应用 1．[2024·黑吉辽卷·15，18 分]现代粒子加速器常用电磁场控制粒子团的运动及尺度。简化模型如图: Ⅰ、Ⅱ区宽度均为L，存在垂直于纸面的匀强磁场，磁感应强度等大反向；Ⅲ、Ⅳ区为电场区，Ⅳ区电场足够宽，各区边界均垂直于x轴，O为坐标原点。甲、乙为粒子团中的两个电荷量均为$+q$、质量均为m的粒子。如图，甲、乙平行于x轴向右运动，先后射入Ⅰ区时速度大小分

别为$\frac{3}{2}v_0$和v_0。甲到P点时，乙刚好射入Ⅰ区。乙经过Ⅰ区的速度偏转角为30°。甲到O点时，乙恰好到P点。已知Ⅲ区存在沿$+x$方向的匀强电场，电场强度大小$E_0=\frac{9mv_0^2}{4\pi qL}$。不计粒子重力及粒子间相互作用，忽略边界效应及变化的电场产生的磁场。



（1）求磁感应强度的大小B。

（2）求Ⅲ区宽度d。

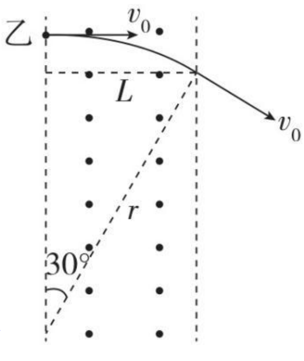
（3）Ⅳ区x轴上的电场方向沿x轴，电场强度E随时间t、位置坐标x的变化关系为$E=\omega t-kx$，其中常系数$\omega>0$，ω已知、k未知，取甲经过O点时$t=0$。已知甲在Ⅳ区始终做匀速直线运动，设乙在Ⅳ区受到的电场力大小为F，甲、乙间距为Δx，求乙追上甲前F与Δx间的关系式（不要求写出Δx的取值范围）。

【答案】（1）$\frac{mv_0}{2qL}$

（2）$\frac{3}{2}\pi L$

（3）$F=\frac{q\omega}{3v_0}\Delta x$

【解析】



（1）乙在Ⅰ区的轨迹如图所示 由牛顿第二定律得

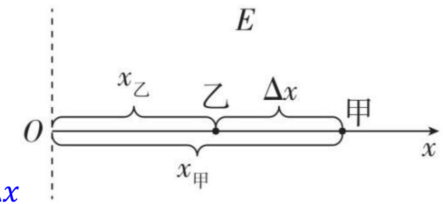
$qv_0B=m\frac{v_0^2}{r}$乙经过Ⅰ区时速度偏转30°，则$r=2L$联立解得$B=\frac{mv_0}{2qL}$

（2）甲在Ⅲ区运动的时间等于乙在Ⅰ、Ⅱ区运动的总时间，该总时间$t_0=\frac{1}{6}T$

又$T=\frac{2\pi r}{v_0}$解得$t_0=\frac{2\pi L}{3v_0}$Ⅰ区和Ⅱ区宽度相等且磁感应强度大小相等，所以甲沿

$+x$方向进入III区甲在III区做匀加速直线运动，有$d=\frac{3}{2}v_0t_0+\frac{1}{2}at_0^2$由牛顿第二定律得$qE_0=ma$又已知$E_0=\frac{9mv_0^2}{4\pi qL}$联立解得$d=\frac{3}{2}\pi L$

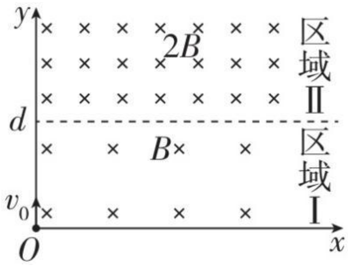
（3） 甲进入Ⅳ区时的速度为$v_{甲}=\frac{3}{2}v_0+at_0=3v_0$甲在Ⅳ区做匀速直线运动，则甲在Ⅳ区运动的任一时刻所在位置的电场强度均为$E_{甲}=0$，即$\omega t-kx_{甲}=0$结合$x_{甲}=v_{甲}t$可得$k=\frac{\omega}{3v_0}t$时刻，当乙在Ⅳ区的位置的横坐标为$x_{乙}$时，乙所在位置的电场强度为$E_{乙}=\omega t-kx_{乙}=kx_{甲}-kx_{乙}=k\Delta x=\frac{\omega}{3v_0}\Delta x$故乙在Ⅳ区受



到的电场力大小为$F=qE_{乙}=\frac{q\omega}{3v_0}\Delta x$

考向 3 磁场与磁场组合

例 3 如图所示，空间存在方向垂直于xOy平面向里的匀强磁场，在 $0<y<d$的区域Ⅰ内的磁感应强度大小为B，在$y>d$的区域Ⅱ内的磁感应强度大小为 $2B$。一个质量为m、电荷量为$-q(q>0)$的粒子以速度$v_0=\frac{qBd}{m}$从O点沿y轴正方向射入区域Ⅰ。不计粒子重力，并忽略磁场的边界效应。



（1） 求粒子在区域Ⅰ中运动的轨道半径；

（2） 若粒子射入区域Ⅰ时的速度为$v=\frac{2qBd}{m}$，求粒子打在x轴上的位置坐标，并求出此过程中带电粒子运动的时间。

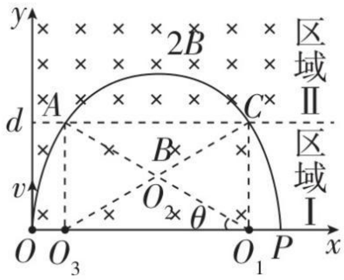
【答案】（1） d

（2） $((4-\sqrt{3})d,0)$ $\frac{2\pi m}{3qB}$

【解析】

（1） 粒子在区域Ⅰ中做圆周运动，洛伦兹力提供向心力，有$qv_0B=m\frac{v_0^2}{R}$又$v_0=\frac{qBd}{m}$，解得$R=d$。

（2） 当粒子射入区域Ⅰ时的速度为$v=2v_0=\frac{2qBd}{m}$时，轨迹如图所示。



在OA段做圆周运动的圆心在O_1，半径为$2d$；在AC段做圆周运动的圆心在O_2，半径为d；在CP段做圆周运动的圆心在O_3，半径为$2d$；可以证明图中$\theta=30°$，由几何知识可得$O_1O_3=2d\cos30°=\sqrt{3}d$所以$OO_3=2d-\sqrt{3}d$所以$OP=O_1O_3+2OO_3=(4-\sqrt{3})d$即粒子打在$x$轴上的位置坐标为$((4-\sqrt{3})d,0)$粒子在$OA$段运动的时间为$t_1=\frac{30°}{360°}\cdot\frac{2\pi m}{qB}=\frac{\pi m}{6qB}$粒子在$AC$段运动的时间为$t_2=\frac{120°}{360°}\cdot\frac{2\pi m}{q\cdot 2B}=\frac{\pi m}{3qB}$粒子在$CP$段运动的时间为$t_3=t_1=\frac{\pi m}{6qB}$所以在此过程中粒子的运动时间$t=2t_1+t_2=\frac{2\pi m}{3qB}$。

视野拓展

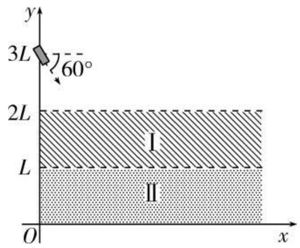
正交分解，巧用洛伦兹力的冲量

带电粒子在匀强磁场中若仅受洛伦兹力的作用，可将洛伦兹力f和速度v正交分解到直角坐标系Oxy中，建立分量之间的关系为$f_x=qBv_y$，$f_y=qBv_x$，即x轴方向的分力取决于y轴方向的分速度，y轴方向的分力取决于x轴方向的分速度。利用微元法结合动量定理可得$m\Delta v_x=\Sigma f_x\Delta t=qB\Sigma v_y\Delta t=qBy$，$m\Delta v_y=\Sigma f_y\Delta t=qB\Sigma v_x\Delta t=qBx$，即$x$轴方向的速度变化取决于$y$轴方向的分位移，$y$轴方向的速度变化取决于$x$轴方向的分位移。

该方法的使用要点在于：要研究哪个方向的位移大小，就列与该方向垂直方向的动量定理。相比传统的画出实际运动轨迹的处理方法，引入正则动量概念可以简化求解此类问题的数学关系，避开了复杂的轨迹描绘和几何运算，只需进行始末状态的分析，更加简洁明晰，从宏观上直达物理问题的本质。

例 4 [2023・浙江 6 月选考卷・20，11 分]利用磁场实现离子偏转是科学仪器中广泛应用的技术。如图所示，Oxy平面（纸面）的第一象限内有足够长且宽度均为L、边界均平行x轴的区域Ⅰ和Ⅱ，其中区域Ⅰ存在磁感应强度大小为B_1的匀强磁场，区域Ⅱ存在磁感应强度大小为B_2的磁场，方向均垂直纸面向里，区域Ⅱ的下边界与x轴重合。位于$(0,3L)$处的离子源能释放出质量为m、电荷量

为q、速度方向与x轴夹角为60° 的正离子束，沿纸面射向磁场区域。不计离子的重力及离子间的相互作用，并忽略磁场的边界效应。



（1） 求离子不进入区域Ⅱ的最大速度v_1及其在磁场中的运动时间t；

（2） 若$B_2 = 2B_1$，求能到达$y = \frac{L}{2}$处的离子的最小速度v_2；

（3） 若$B_2 = \frac{B_1}{L}y$，且离子源射出的离子数按速度大小均匀地分布在$\frac{B_1qL}{m}$～$\frac{6B_1qL}{m}$范围，求进入第四象限的离子数与总离子数之比η 。

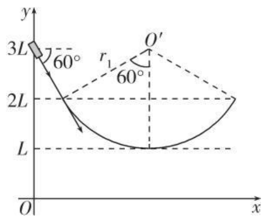
【答案】（1） $\frac{2qB_1L}{m}$ $\frac{2\pi m}{3qB_1}$

（2） $\frac{4qB_1L}{m}$

（3） $\frac{3}{5}$

【解析】

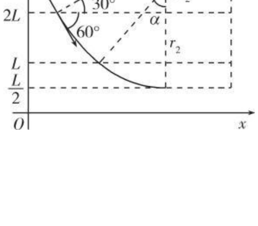
（1） 离子不进入区域Ⅱ的最大速度对应离子在区域Ⅰ中轨迹与区域Ⅰ、区域Ⅱ分界线相切，其轨迹如图甲所示。



甲

由几何关系知$r_1\cos 60^\circ + L = r_1$，得$r_1 = 2L$由$qv_1B_1 = m\frac{v_1^2}{r_1}$，得$v_1 = \frac{2qB_1L}{m}$由$T = \frac{2\pi r_1}{v_1}$，$t = \frac{120^\circ}{360^\circ}\cdot T$，得$t = \frac{2\pi m}{3qB_1}$

（2） 若$B_2 = 2B_1$，离子以最小速度v_2到达$y = \frac{L}{2}$处时对应的轨迹如图乙所示。



乙

由$qvB=m\frac{v^2}{r}$，得$r=\frac{mv}{qB}$因$B_2=2B_1$，所以若离子在区域Ⅱ中的半径为r_2，则离子在区域Ⅰ中的半径为$2r_2$，设离子到达$y=\frac{L}{2}$处时在区域Ⅱ中的速度偏转角为α，由几何关系可知$r_2\cos\alpha+\frac{L}{2}=r_2 2r_2\cos\alpha-2r_2\sin30°=L$解得$r_2=2L$所以$v_2=\frac{2qB_2L}{m}=\frac{4qB_1L}{m}$**一题多解**第（2）问引入洛伦兹力的冲量公式，也可以这样求解：将离子的速度分解为沿x轴方向和沿y轴方向的分速度v_x、v_y，在x轴方向根据牛顿第二定律有$qv_yB=ma_x$在一段极短的时间Δt内有$qv_yB\cdot\Delta t=ma_x\cdot\Delta t$，即$qB\Delta y=m\Delta v_x$在离子从射入磁场到刚好到达$y=\frac{L}{2}$的过程中，可得$q(B_1L+B_2\frac{L}{2})=m(v_2-v_2\cos60°)$代入已知条件$B_2=2B_1$，解得$v_2=\frac{4qB_1L}{m}$

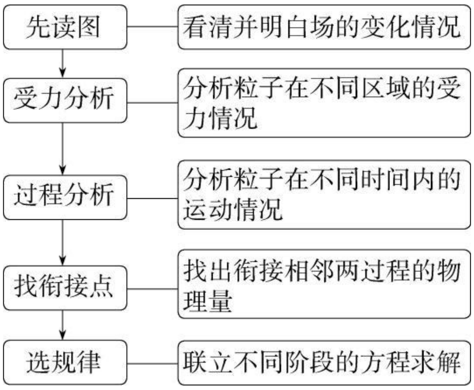
（3）将离子的速度分解为沿x轴方向和沿y轴方向的分速度v_x、v_y，在x轴方向根据牛顿第二定律有$qv_yB=ma_x$在一段极短的时间Δt内有$qv_yB\cdot\Delta t=ma_x\cdot\Delta t$，即$qB\Delta y=m\Delta v_x$设离子出磁场区域Ⅰ时速度方向与$x$轴方向的夹角为$\beta$，在磁场区域Ⅰ中，可得$qB_1L=m(v\cos\beta-v\cos60°)$当离子刚好与$x$轴相切时，在磁场区域Ⅱ中，可得$qB_2\Delta y=m\Delta v_x$，区域Ⅱ中磁感应强度随着距离均匀变化，则利用平均值法可求得平均磁感应强度为$\overline{B}_2=\frac{B_1}{2}$，由微元法可知$q\frac{B_1}{2}\cdot L=m(v-v\cos\beta)$联立解得$v=\frac{3qB_1L}{m}$当离子射出速度$v>\frac{3qB_1L}{m}$时，离子可以进入第四象限由于离子源射出的离子数按速度大小均匀地分布在$\frac{qB_1L}{m}$~$\frac{6qB_1L}{m}$范围，$v>\frac{3qB_1L}{m}$的离子与总离子数之比为$\frac{3}{5}$，即进入第四象限的离子数与总离子数之比$\eta=\frac{3}{5}$

题型二 带电粒子在交变电场、磁场中的运动

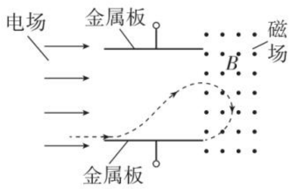
1.解决带电粒子在交变电场、磁场中的运动问题时，关键是要明确粒子在不同时间段内、不同区域内的受力情况，对粒子的运动情况作出判断。

2.这类问题一般都具有周期性，在分析粒子运动时，要注意粒子的运动周期、电场周期、磁场周期的关系。

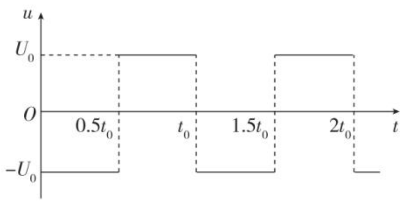
3.解决带电粒子在交变电场、磁场中运动问题的基本思路



例 5 [2024·广东卷·15，16 分] 如图甲所示，两块平行正对的金属板水平放置，板间加上如图乙所示幅值为U_0、周期为t_0的交变电压。金属板左侧存在一水平向右的恒定匀强电场，右侧分布着垂直纸面向外的匀强磁场，磁感应强度大小为B。一带电粒子在$t=0$ 时刻从左侧电场某处由静止释放，在$t=t_0$时刻从下板左端边缘位置水平向右进入金属板间的电场内，在$t=2t_0$时刻第一次离开金属板间的电场、水平向右进入磁场，并在$t=3t_0$时刻从下板右端边缘位置再次水平进入金属板间的电场。已知金属板的板长是板间距离的$\frac{\pi}{3}$倍，粒子质量为m。忽略粒子所受的重力和场的边缘效应。



甲



乙

（1） 判断带电粒子的电性并求其所带的电荷量q；

（2） 求金属板的板间距离D和带电粒子在$t=t_0$时刻的速度大小v；

（3） 求从$t=0$ 时刻开始到带电粒子最终碰到上金属板的过程中，电场力对粒子做的功W。

【答案】（1） 带正电 $\frac{\pi m}{Bt_0}$

（2） $\sqrt{\frac{3\pi U_0 t_0}{8B}}$ $\frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{3\pi U_0}{8Bt_0}}$

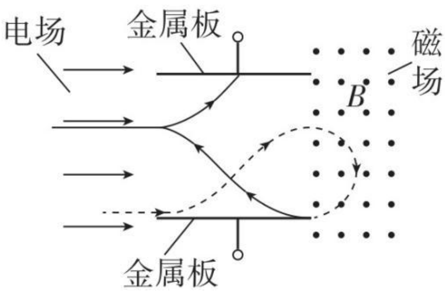
（3）$\frac{\pi mU_0(\pi^2+16)}{48Bt_0}$

【解析】

（1）粒子在磁场中沿顺时针方向做圆周运动，结合粒子速度方向及左手定则可以判断粒子带正电。由于粒子在磁场中运动半个圆周用时t_0，可知粒子做圆周运动的周期$T=2t_0$洛伦兹力提供向心力，有$qBv=\frac{mv^2}{R}$粒子做圆周运动的周期$T=\frac{2\pi R}{v}$解得$q=\frac{\pi m}{Bt_0}$

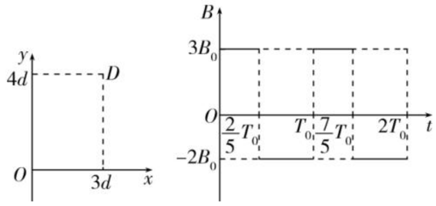
（2）粒子在金属板间的运动可以看作两段类平抛运动的组合在水平方向有$\frac{\pi D}{3}=vt_0$在竖直方向有$R=\frac{1}{2}a(\frac{t_0}{2})^2$加速度大小$a=\frac{F_{电}}{m}=\frac{qU_0}{mD}$解得$D=\sqrt{\frac{3\pi U_0t_0}{8B}}$，$v=\frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{3\pi U_0}{8Bt_0}}$。

（3）分析可得$R=\sqrt{\frac{\pi U_0t_0}{24B}}=\frac{D}{3}$，作出粒子运动轨迹如图所示



根据运动的对称性可知粒子在$t=4t_0$时刻离开金属板区域进入水平电场区域，$t=5t_0$时刻粒子到达水平电场区域左侧最远处，$t=6t_0$时刻粒子再次以水平初速度v进入金属板之间，此时两金属板间电压恰好变为$-U_0$，$t=6.5t_0$时刻粒子向上偏转R并恰好到达上极板。全过程电场力对粒子做的功$W=\frac{1}{2}mv^2+\frac{R}{D}qU_0=\frac{\pi^3mU_0}{48Bt_0}+\frac{\pi mU_0}{3Bt_0}=\frac{\pi mU_0(\pi^2+16)}{48Bt_0}$。

迁移应用2．如图甲所示，在xOy平面的第一象限内（含x轴和y轴的正半轴）存在周期性变化的磁场，规定垂直纸面向里的方向为正，磁感应强度B随时间t的变化规律如图乙所示。某质量为m、电荷量为$+q$的粒子，在$t=0$时刻沿x轴正方向从坐标原点O射入磁场。图乙中T_0为未知量。已知$B_0=\frac{k\pi m}{q}$，$\sin37°=0.6$，$\cos37°=0.8$。求：



甲　　　　乙

（1） $0\sim\frac{2}{5}T_0$时间内粒子做匀速圆周运动的角速度ω；

（2） 若粒子不能从y轴正半轴射出磁场，磁感应强度变化周期的最大值T_{0m}；

（3） 若粒子能沿x轴正方向通过坐标为$(3d,4d)$的D点，其射入磁场时的速率v。

【答案】（1） $3k\pi$

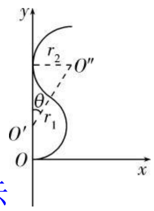
（2） $\frac{143}{216k}$

（3） $\frac{15k\pi d}{4n}(n=1,2,3,\cdots)$

【解析】

（1） 设粒子进入磁场的速度为v_0，根据洛伦兹力提供向心力可得$qv_0\cdot 3B_0=m\frac{v_0^2}{r}$解得轨道半径$r=\frac{mv_0}{q\cdot 3B_0}$则粒子做匀速圆周运动的角速度为$\omega=\frac{v_0}{r}=3k\pi$

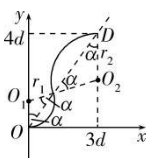
（2） 要使得粒子不从y轴射出，则轨迹如图甲所示



甲

在前$\frac{2}{5}T_0$内的运动半径为$r_1=\frac{mv_0}{q\cdot 3B_0}$在后$\frac{3}{5}T_0$内的运动半径为$r_2=\frac{mv_0}{q\cdot 2B_0}$可得 $3r_1=2r_2$由几何关系可知 $\sin\theta=\frac{r_2}{r_1+r_2}$联立解得$\theta=37°$粒子在 $0\sim\frac{2}{5}T_0$时间内做圆周运动的周期为$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{3k\pi}=\frac{2}{3k}$则有$\frac{180°-37°}{360°}T=\frac{2}{5}T_{0m}$解得磁感应强度变化周期的最大值为$T_{0m}=\frac{143}{216k}$

（3） 使粒子沿x轴正方向经过D点，在T_0时刻到达D点的轨迹如图乙所示



乙

由几何关系可得 $\tan\alpha=\frac{3d}{4d}=\frac{3}{4}$可得$\alpha=37°$根据周期性，在$nT_0$时刻到达$D$点可满足题意，由几何关系可得$n(2r_1\cos37°+2r_2\cos37°)=\sqrt{(3d)^2+(4d)^2}=5d(n=1,2,3,\cdots)$又有 $3r_1=2r_2$根据洛伦兹力提供向心力可得$qv\cdot 3B_0=m\frac{v^2}{r_1}$联立解得$v=\frac{15k\pi d}{4n}(n=1,2,3,\cdots)$

温馨提示 请完成《分层突破训练》课时作业 58

专题突破 18 带电粒子在叠加场中的运动

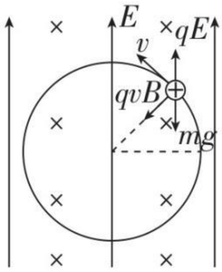
关键能力·核心突破

题型一 常规运动

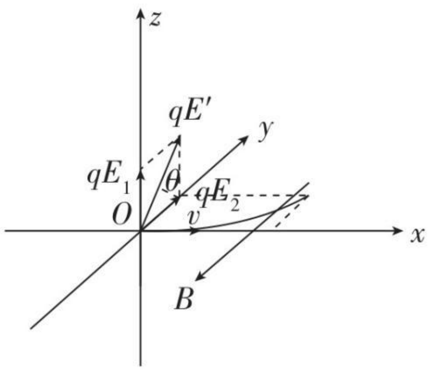
带电粒子在叠加场中的常规运动包括直线运动、匀速圆周运动、类平抛运动（匀变速曲线运动），举例说明上述运动条件和情形如下：

1.不计重力，当电场力与洛伦兹力平衡时，粒子做匀速直线运动（即速度选择器模型）；不计重力，电场方向与磁场方向共线，当初速度方向也与之共线，即$v_0//E//B$时，粒子做匀变速直线运动。

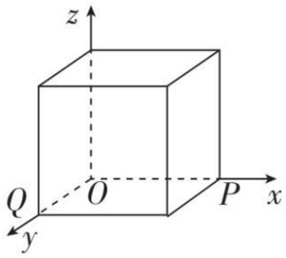
2.如图所示，当电场力与重力平衡，粒子所受合力等于洛伦兹力，则粒子做匀速圆周运动。



3.如图所示，磁场平行y轴方向，电场分解为沿z轴方向的分量E_1和沿y轴方向的分量E_2，电荷量为q的带正电的粒子初速度v沿x轴方向，不计重力，当满足$qvB=qE_1$时，粒子沿x轴方向做匀速直线运动，同时沿y轴方向做初速度为零的匀加速直线运动，则其合运动为类平抛运动（匀变速曲线运动）。



例 1 [2024 • 湖南常德模拟]如图所示，以棱长为L的正方体顶点O为原点建立三维坐标系$Oxyz$，其中正方体的顶点P落在x轴上，顶点Q落在y轴上。一质量为m、电荷量为$+q$的带电粒子（重力不计）由Q点沿x轴正方向以初速度v_0射入正方体，第一次只加沿z轴负方向磁感应强度大小为B的匀强磁场，该粒子恰好能通过OQ的中点；第二次只加沿y轴负方向电场强度大小为E的匀强电场，该粒子恰好能通过OP的中点；第三次同时加上与前两次等大的磁场和电场，其中磁场方向不变，将电场方向调整为与yOz平面平行，与z轴正方向成$30°$ 角、与y轴正方向成$60°$ 角。则（ ）



A. 第一次和第二次该粒子在正方体内运动的时间相等

B. 电场强度和磁感应强度的大小满足$E = v_0B$

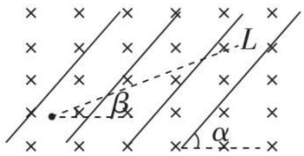
C. 第三次该粒子的运动为匀变速曲线运动

D. 第三次该粒子离开正方体时的位置坐标为(L, L, L)

【答案】C

【解析】第一次粒子在磁场中运动，半径为$r = \frac{1}{4}L = \frac{mv_0}{Bq}$，可知$B = \frac{4mv_0}{qL}$，运动时间$t_1 = \frac{\pi r}{v_0} = \frac{\pi L}{4v_0}$；第二次粒子在电场中运动，运动时间$t_2 = \frac{L}{2v_0}$，故$t_1 > t_2$，A 错误；第二次运动中，粒子在$y$轴方向上做匀变速直线运动，$L = \frac{1}{2}\frac{qE}{m}(\frac{L}{2v_0})^2$，解得$E = \frac{8mv_0^2}{qL}$，故有$E = 2v_0B$，B 错误；第三次粒子运动过程中，带电粒子所受电场力$F_{电} = Eq = \frac{8mv_0^2}{L}$，洛伦兹力$F_{洛} = qv_0B = \frac{4mv_0^2}{L}$，在$yOz$平面内，沿$y$轴正方向有$F_y = Eq\sin30° = qv_0B$，电场力沿$z$轴正方向的分量$F_z = Eq\cos30°$，让粒子在$z$轴正方向做加速运动，故粒子的运动为从$Q$点以速度$v_0$沿$x$轴正方向做匀速直线运动和沿$z$轴正方向做匀加速直线运动的合运动，即匀变速曲线运动，C 正确；粒子在z轴正方向上有$L = \frac{1}{2} \cdot \frac{Eq\cos30°}{m}t^2$，解得$t = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{6}}\frac{L}{v_0}$，$x$轴正方向上有$x = v_0t = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{6}}L$，故出射点的位置坐标为$(\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{6}}L, L, L)$，D 错误。

迁移应用 1．[2024·河北石家庄模拟]**多选** 如图所示，实线表示竖直平面内的电场线，电场线与水平方向成α角，垂直纸面向里的匀强磁场与电场正交，有一带电液滴沿斜向上的虚线L斜向上做直线运动，虚线与水平方向成β角，且$\alpha > \beta$，则下列说法中正确的是（ ）



A. 液滴一定做匀速直线运动　　B. 液滴一定带负电

C. 电场线方向一定斜向上　　D. 液滴有可能做匀变速直线运动

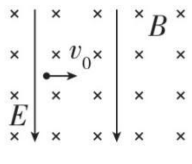
【答案】AC

【解析】带电液滴受竖直向下的重力G、沿电场线方向的电场力F、垂直于速度方向的洛伦兹力f，若合力不为零，则洛伦兹力变化，不能沿直线运动，因此这三个力的合力一定为零，带电液滴做匀速直线运动，不可能做匀变速直线运动，故 A 正确，D 错误。当带电液滴带正电，且电场线方向斜向上时，带电液滴受竖直向下的重力G、沿电场线向上的电场力F、垂直于速度方向斜向左上方的洛伦兹力f作用，这三个力的合力可能为零，带电液滴沿虚线做匀速直线运动；当带电液滴带负电，电场线方向斜向上或斜向下时，带电液滴所受合力均不为零，不可能沿直线运动，故 B 错误，C 正确。

题型二 滚轮线运动规范审题、答题

1.模型建立

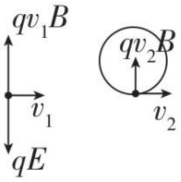
如图甲所示，在竖直向下的匀强电场与垂直于纸面向里的匀强磁场的复合场中，带正电的粒子具有水平初速度v_0，已知电场强度为E，磁感应强度为B，且$v_0 > \frac{E}{B}$。（忽略粒子重力）



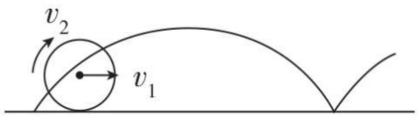
甲

分析：如图乙所示，粒子的初速度可分解为$v_1 = \frac{E}{B}$，$v_2 = v_0 - \frac{E}{B}$，这两个分速度对应两个洛伦兹力。因为$qv_1B = qE$，所以粒子的两个分运动分别为速度为v_1

的匀速直线运动和速度为v_2的匀速圆周运动。这两个分运动是共面的，其合运动的轨迹如图丙所示，这种运动称为滚轮线运动。

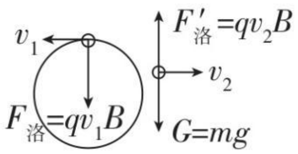
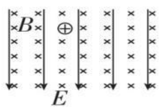
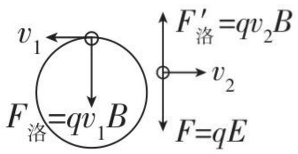
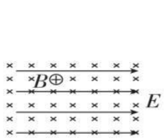


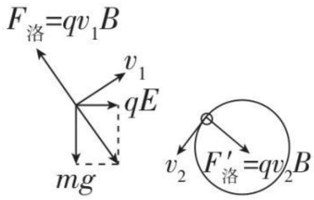
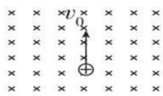
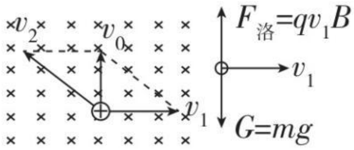
乙



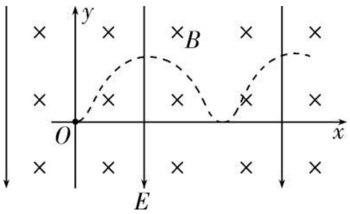
丙

2.处理方法——配速法

常见情况	处理方法
初速度为 0，有重力 	把初速度 0 分解为一个向左的速度v_1和一个向右的速度v_2，v_1和v_2大小相等，且满足$qv_2B = mg$，则粒子的运动可看作是以v_2做匀速直线运动和以v_1做匀速圆周运动的合运动 
初速度为 0，不计重力 	把初速度 0 分解为一个向左的速度v_1和一个向右的速度v_2，v_1和v_2大小相等，且满足$qv_2B = qE$，则粒子的运动可看作是以v_2做匀速直线运动和以v_1做匀速圆周运动的合运动 
初速度为 0，有重力 	把初速度 0 分解为一个斜向右上的速度v_1和一个斜向左下的速度v_2，v_1和v_2大小相等，且满足qv_1B与重力及电场力的合力平衡，则粒子的运动可看作是以v_1做匀速直线运动和以v_2做匀速圆周运动的合运动

	
初速度为v_0，有重力 	把初速度v_0分解为v_1和v_2，且满足$qv_1B = mg$，则粒子的运动可看作是以v_1做匀速直线运动和以v_2做匀速圆周运动的合运动 

例 2 [2023 • 江苏卷 • 16，15 分]霍尔推进器某局部区域可抽象成如图所示的模型。Oxy平面内存在竖直向下的匀强电场和垂直坐标平面向里的匀强磁场，磁感应强度为B。质量为m、电荷量为e的电子从O点沿x轴正方向水平入射。入射速度为v_0时，电子沿x轴做直线运动；入射速度小于v_0时，电子的运动轨迹如图中的虚线所示，且在最高点与在最低点所受的合力大小相等。不计重力及电子间相互作用。



（1） 求电场强度的大小E；

（2） 若电子入射速度为$\frac{v_0}{4}$，求运动到速度为$\frac{v_0}{2}$时位置的纵坐标y_1；

（3） 若电子入射速度在 $0 < v < v_0$范围内均匀分布，求能到达纵坐标$y_2 = \frac{mv_0}{5eB}$位置的电子数N占总电子数N_0的百分比。

【答案】

（1） **规范答题解：**电子入射速度为v_0时，电子沿x轴做直线运动，则电场力与洛伦兹力平衡，有$eE = ev_0B$

解得$E = v_0B$

（2） **规范答题**由动能定理得$eEy_1 = \frac{1}{2}m \cdot (\frac{v_0}{2})^2 - \frac{1}{2}m \cdot (\frac{v_0}{4})^2$

解得$y_1=\frac{3mv_0}{32eB}$

（3）**规范答题**以v入射时，设最高点纵坐标为y，由动能定理得

$eEy=\frac{1}{2}mv_{\mathrm{m}}^2-\frac{1}{2}mv^2$

在最高点和最低点所受合力大小相等，则

$ev_{\mathrm{m}}B-eE=eE-evB$

能到达y_2处需满足$y\geq y_2=\frac{mv_0}{5eB}$

解得$v\leq\frac{9}{10}v_0$

电子入射速度在 $0<v<v_0$范围内均匀分布，则能到达纵坐标$y_2=\frac{mv_0}{5eB}$位置的电子数N占总电子数N_0的百分比为$\eta=\frac{\frac{9}{10}v_0}{v_0}\times100\%=90\%$

【解析】

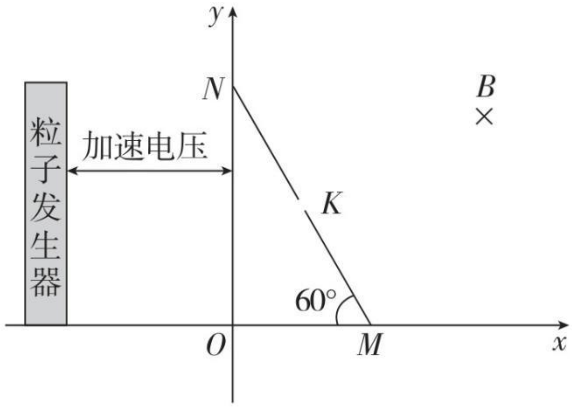
例 2 **规范审题**

关键信息		信息解读
题干	入射速度为v_0时，电子沿x轴做直线运动	说明洛伦兹力与电场力平衡，类似“速度选择器”模型
	在最高点与在最低点所受的合力大小相等	在最高点与最低点，电场力与洛伦兹力方向相反，电场力大小不变，洛伦兹力大小的变化使合力方向不同
问题	求电场强度的大小E	由二力平衡不难解得E
	电子入射速度为$\frac{v_0}{4}$，求运动到速度为$\frac{v_0}{2}$时位置的纵坐标y_1	洛伦兹力不做功，可用动能定理求解；当粒子速度不等于$v_0=\frac{E}{B}$时，粒子就会向上或向下发生偏转，做轨迹恰为摆线的复杂曲线运动，可从运动的合成与分解的角度入手，利用“配速法”找到一条便捷的思路，第（2）、（3）小问均可考虑此法
	电子入射速度在 $0<v<v_0$范	既可以抓住题目条件“在最高点与在最

	围内均匀分布，求能到达纵坐标$y_2=\frac{mv_0}{5eB}$位置的电子数N占总电子数N_0的百分比	低点所受的合力大小相等”求出最高点的纵坐标，也可以利用“配速法”求解

一题多解第（2）、（3）问可以按照配速法处理如下：（2）若电子沿x轴正方向的入射速度为$\frac{v_0}{4}$，利用运动的合成分解规律，可将初速度$\frac{v_0}{4}$分解为一个沿x轴正方向的速度$v_1=v_0$，洛伦兹力ev_0B与电场力eE平衡，得到电子的一个分运动为速度为v_0的匀速直线运动；然后利用矢量运算，得到另一个分速度为沿x轴负方向的速度$v_2=\frac{3}{4}v_0$，得到另一个分运动为速率为$\frac{3}{4}v_0$的匀速圆周运动。当v_2与x轴负方向的夹角为θ时，v_1与v_2的合速度大小为$\frac{v_0}{2}$，由余弦定理得$\cos\theta=\frac{v_2^2+v_1^2-(\frac{v_0}{2})^2}{2v_1v_2}$解得$\cos\theta=\frac{7}{8}$以$v_2=\frac{3}{4}v_0$做匀速圆周运动的轨道半径为$R$，则$ev_2B=m\frac{v_2^2}{R}$运动速度为$\frac{v_0}{2}$时的纵坐标$y_1=R(1-\cos\theta)$联立解得$y_1=\frac{3mv_0}{32eB}$（3）能到达纵坐标$y_2=\frac{mv_0}{5eB}$位置的电子做匀速圆周运动的分速度为$v'_2$，半径为$R'$，则$y_2\le 2R'$由洛伦兹力提供向心力得$ev_2^{\prime}B=m\frac{v_2^{\prime 2}}{R^{\prime}}$解得$v'_2\ge\frac{v_0}{10}$则电子入射速度$v=v_0-v'_2$即$v\le\frac{9}{10}v_0$电子入射速度在$0<v<v_0$范围内均匀分布，能到达纵坐标$y_2=\frac{mv_0}{5eB}$位置的电子数$N$占总电子数$N_0$的百分比为$\eta=\frac{\frac{9}{10}v_0}{v_0}=90\%$

迁移应用2．[2024•山东卷•18，16分]如图所示，在Oxy坐标系$x>0$，$y>0$区域内充满垂直纸面向里，磁感应强度大小为B的匀强磁场。磁场中放置一长度为L的挡板，其两端分别位于x、y轴上M、N两点，$\angle OMN=60°$，挡板上有一小孔K位于MN中点。$\triangle OMN$之外的第一象限区域存在恒定匀强电场。位于y轴左侧的粒子发生器在$0<y<\frac{\sqrt{3}}{2}L$的范围内可以产生质量为m，电荷量为$+q$的无初速度的粒子。粒子发生器与y轴之间存在水平向右的匀强加速电场，加速电压大小可调，粒子经此电场加速后进入磁场。挡板的厚度不计，粒子可沿任意角度穿过小孔，碰撞挡板的粒子不予考虑，不计粒子重力及粒子间相互作用力。



(1) 求使粒子垂直挡板射入小孔K的加速电压U_0；

(2) 调整加速电压，当粒子以最小的速度从小孔K射出后恰好做匀速直线运动，求第一象限中电场强度的大小和方向；

(3) 当加速电压为$\frac{qB^2L^2}{24m}$时，求粒子从小孔K射出后，运动过程中距离y轴最近位置的坐标。

【答案】(1) $\frac{qB^2L^2}{8m}$

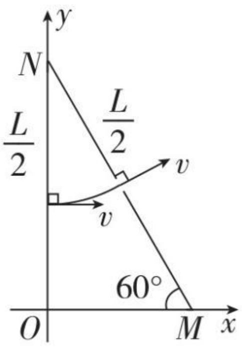
(2) $\frac{qB^2L}{4m}$ 方向水平向右

(3) $(\frac{(3-\sqrt{3})L}{12},(\frac{9\pi+8\sqrt{3}}{24}+\frac{n\pi}{2})L)(n=0,1,2,\cdots)$

【解析】

(1) 粒子在加速电场中加速过程有$qU_0=\frac{1}{2}mv^2$①如图甲，在△OMN区域中，由几何关系可知垂直挡板射入小孔K的粒子在磁场中做圆周运动的半径

$R=\frac{L}{2}$②

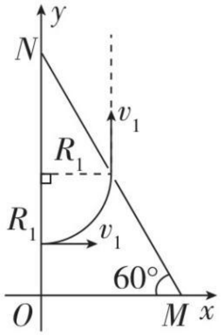


甲

洛伦兹力提供向心力，有$qvB=\frac{mv^2}{R}$③联立①②③式可得$U_0=\frac{qB^2L^2}{8m}$④

（2） 由题意可知，粒子以最小速度从小孔K射出时，即粒子在$\triangle OMN$中轨迹圆半径最小，此情况运动轨迹如图乙，由几何关系可知

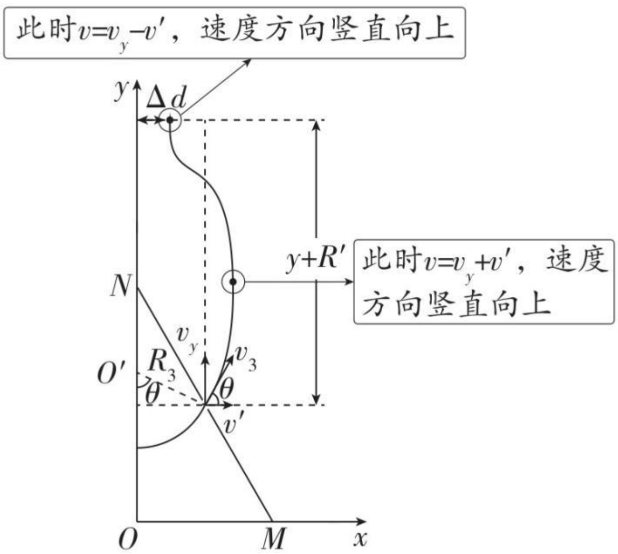
$R_1=\frac{L}{4}$⑤



乙

$qv_1B=\frac{mv_1^2}{R_1}$⑥联立⑤⑥式可得$v_1=\frac{qBL}{4m}$⑦粒子从K射出后恰好做匀速直线运动，可知$qv_1B=qE$⑧联立⑦⑧式解得$E=\frac{qB^2L}{4m}$⑨方向水平向右

（3） 粒子在加速电场中加速有$q\cdot\frac{qB^2L^2}{24m}=\frac{1}{2}mv_3^2$⑩解得$v_3=\frac{\sqrt{3}qBL}{6m}$⑪粒子在$\triangle OMN$区域中做圆周运动时有$qv_3B=\frac{mv_3^2}{R_3}$⑫联立⑪⑫式得$R_3=\frac{\sqrt{3}L}{6}$⑬设轨迹的圆心为$O'$，粒子运动轨迹大致如图丙所示，由几何关系可知



丙

$\sin\theta=\frac{\frac{L}{4}}{R_3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，可得$\theta=60°$将粒子进入复合场中时的速度$v_3$分解为$v_y$和$v'$令$qv_yB=qE$⑭得$v_y=\frac{qBL}{4m}=v_3\sin\theta$ ⑮根据几何关系可得v'方向平行于x轴，则$v'=v_3\cos\theta=\frac{\sqrt{3}qBL}{12m}$⑯粒子在复合场中的运动可分解为以$v'$为线速度的匀速圆周

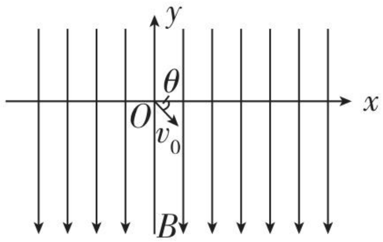
运动及方向竖直向上且速度为v_y的匀速直线运动则有$qv'B=\frac{mv'^2}{R'}$⑰联立⑯⑰式解得$R'=\frac{\sqrt{3}}{12}L$⑱匀速圆周运动的周期$T=\frac{2\pi m}{qB}$⑲在复合场中运动$(\frac{3}{4}+n)T(n=0,1,2,\cdots)$时粒子距离$y$轴最近$(\frac{3}{4}+n)T$时间内，粒子在竖直方向上向上匀速运动的距离$y=v_y\cdot(\frac{3}{4}+n)T=\frac{3\pi}{8}L+\frac{n\pi}{2}L(n=0,1,2,\cdots)$⑳由于$\frac{3\pi}{8}L>\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}L$，可知粒子运动$\frac{3}{4}T$时处于$N$点上方则粒子距$y$轴的最近距离$\Delta d=\frac{L}{4}-R'=\frac{(3-\sqrt{3})L}{12}$㉑故运动过程中距离$y$轴最近位置的坐标$(x',y')$满足$x'=\Delta d=\frac{(3-\sqrt{3})L}{12}y'=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}L}{2}+y+R'=(\frac{9\pi+8\sqrt{3}}{24}+\frac{n\pi}{2})L(n=0,1,2,\cdots)$即距离$y$轴最近位置的坐标为$(\frac{(3-\sqrt{3})L}{12},(\frac{9\pi+8\sqrt{3}}{24}+\frac{n\pi}{2})L)(n=0,1,2,\cdots)$

题型三 螺旋线运动

1.模型建立

（1）等距螺旋线运动

如图甲所示，一电荷量为$+q$、质量为m的带电粒子（不计重力）静置于直角坐标系xOy坐标原点O处，整个空间处于竖直向下、磁感应强度大小为B的匀强磁场中。现给粒子一与x轴正方向夹角为θ 斜向下的初速度v_0。



甲 粒子斜射入匀强磁场

因为粒子的速度与磁场方向不垂直，所以将初速度v_0分别沿水平和竖直方向进行分解。

带电粒子在水平方向上的分速度大小为$v_x=v_0\cos\theta$

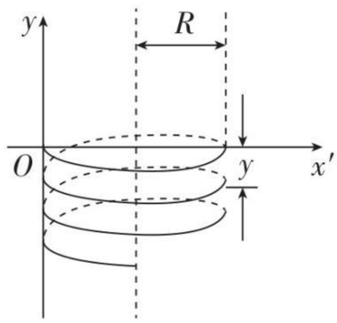
方向与磁场方向垂直，洛伦兹力的大小为$F_洛=qv_xB$

该力提供粒子在水平方向上做匀速圆周运动的向心力，即$qv_xB=m\frac{v_x^2}{R}$

因此粒子在水平方向上做半径$R=\frac{mv_0\cos\theta}{qB}$、周期$T=\frac{2\pi m}{qB}$的匀速圆周运动。

竖直方向上分速度大小为$v_y=v_0\sin\theta$ ，方向与磁场方向平行，粒子在竖直方向上以速度$v_y=v_0\sin\theta$ 向下做匀速直线运动。

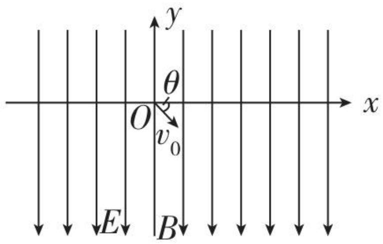
从合运动的角度看，粒子的合运动为等螺距的螺旋线运动，如图乙所示，两个相邻螺旋线之间的距离即螺距。



乙 等螺距螺旋线运动

（2）非等距螺旋线运动

在上述的情形下，若再加一个电场强度大小为E、方向竖直向下的匀强电场，其他条件不变，如图丙所示。此时，带电粒子将同时受到水平方向的洛伦兹力和竖直向下的电场力作用。



丙 粒子斜射入相互平行的电场和磁场

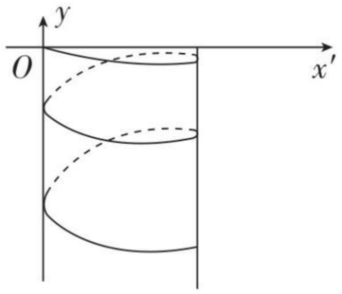
在水平方向上，速度分量始终为$v_x = v_0\cos\theta$，因此粒子在水平方向上仅受大小恒定的洛伦兹力$F_{洛} = qv_0B\cos\theta$ 的作用，$F_{洛}$提供匀速圆周运动的向心力$F_{洛} = m\frac{(v_0\cos\theta)^2}{R}$，粒子在水平方向上仍做半径$R = \frac{mv_0\cos\theta}{qB}$、周期$T = \frac{2\pi m}{qB}$的匀速圆周运动。

在竖直方向上，粒子仅受电场力$F_{电} = qE$的作用，粒子做加速度为$a_y = \frac{qE}{m}$的匀加速直线运动，速度大小$v_y = v_0\sin\theta + \frac{qE}{m}t$

下落的高度$y = v_0t\sin\theta + \frac{1}{2}\cdot\frac{qE}{m}t^2$

粒子的合运动为半径$R = \frac{mv_0\cos\theta}{qB}$，做螺距逐渐增加的螺旋线运动，相邻螺距差$\Delta y = aT^2 = \frac{qE}{m}\cdot(\frac{2\pi m}{qB})^2 = \frac{4\pi^2 mE}{qB^2}$

其轨迹形状如图丁所示。



丁 螺距增加的螺旋线运动

2.处理方法——分解法

螺旋线的最大特征就是在时间和空间上具有一定的周期性，处理有关螺旋线问题时，可以采取运动的分解和合成的方法，这样就能化难为易。

电磁场中空间螺旋线问题求解思路如下：

（1）建立恰当的三维坐标系；

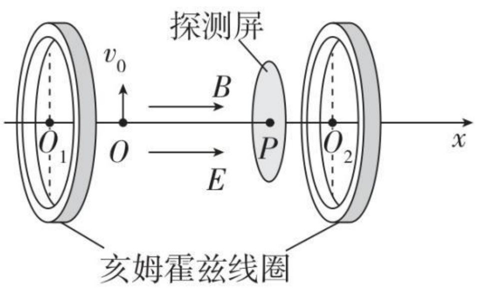
（2）沿平行于磁场的方向和垂直于磁场的方向分解初速度；

（3）研究平行于磁场的直线运动和垂直于磁场平面的圆周运动；

（4）寻找各运动过程之间的速度关系、位置关系、时间关系和几何关系；

（5）用合运动和分运动的规律求解空间螺旋线问题。

例 3 [2024・福建厦门模拟]亥姆霍兹线圈是一对平行的完全相同的圆形线圈。如图所示，两线圈通入方向相同的恒定电流，线圈间形成平行于中心轴线O_1O_2的匀强磁场。沿O_1O_2建立x轴，一圆形探测屏垂直于x轴放置，其圆心位于x轴上的P点。在线圈间加上平行于x轴的匀强电场，粒子源从x轴上的O点以垂直于x轴的方向持续发射初速度大小为v_0的粒子。已知粒子质量为m，电荷量为$q(q>0)$，电场强度大小为E，磁感应强度大小为B，电场和磁场均沿x轴正方向，探测屏半径为R，不计粒子重力和粒子间相互作用。



（1） 若未加电场，求粒子在匀强磁场中做圆周运动的半径r；

（2） 若线圈中不通电，粒子恰好打在探测屏边缘，求探测屏中心与粒子源间的距离d_1；

（3） 若要使粒子恰好打在探测屏的中心，求探测屏中心与粒子源间的最小距离d_2。

【答案】（1） $\frac{mv_0}{qB}$

（2） $\frac{qER^2}{2mv_0^2}$

（3） $\frac{2\pi^2 mE}{qB^2}$

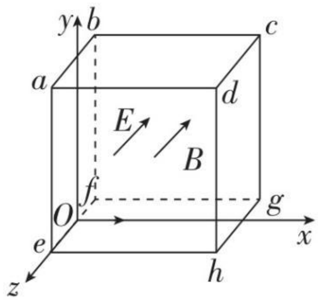
【解析】

（1） 粒子在磁场中做匀速圆周运动，由洛伦兹力提供向心力可得$qv_0B=\frac{mv_0^2}{r}$解得$r=\frac{mv_0}{qB}$

（2） 粒子在电场中做类平抛运动，沿x轴方向有$d_1=\frac{1}{2}at_1^2$，$qE=ma$垂直于x轴方向有$R=v_0t_1$联立解得$d_1=\frac{qER^2}{2mv_0^2}$

（3） 粒子回到x轴最短时间为$t_{\min}=T=\frac{2\pi m}{qB}$沿$x$轴方向有$d_2=\frac{1}{2}at_{\min}^2$，$qE=ma$联立解得$d_2=\frac{2\pi^2 mE}{qB^2}$

迁移应用 3. [2024·山东潍坊模拟]现代科学研究中，经常用磁场和电场约束带电粒子的运动轨迹，如图所示，有一棱长为L的正方体电磁区域$abcd-efgh$，以棱ef中点为坐标原点建立三维坐标系$Oxyz$，正方体电磁区域内充满沿z轴负方向的匀强电场和匀强磁场，在O点有一粒子源，沿x轴正方向发射不同速率的带电粒子，粒子质量均为m，电荷量均为$+q$。已知速度大小为v_0的粒子，恰从坐标$(\frac{\sqrt{3}L}{3},L,-\frac{8L}{25})$点飞出（图中未标出），不计粒子的重力。



（1） 求磁感应强度大小B；

（2） 求电场强度大小E；

（3） 求从正方体上表面$abcd$飞出的粒子从粒子源射出时的速率范围。

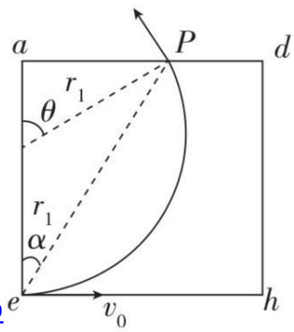
【答案】（1） $\frac{3mv_0}{2qL}$

（2） $\frac{81mv_0^2}{25\pi^2 qL}$

（3） $3(2-\sqrt{3})v_0 \le v \le \frac{3}{2}v_0$

【解析】

（1） 假设无电场，带电粒子在匀强磁场的作用下做匀速圆周运动，粒子从O点开始沿x轴正方向发射，其匀速圆周运动的圆心必定在y轴上，粒子的运动情况在正方体前表面$adhe$内的投影如图甲所示。根据几何关系可知，粒子到达$(\frac{\sqrt{3}L}{3},L)$点时投影点P和e点的连线与y轴正方向的夹角α 满足 $\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$解得$\alpha=30°$设粒子做圆周运动的半径为$r_1$，则有$\frac{\frac{\sqrt{3}L}{3}}{r_1}=\sin60°$解得$r_1=\frac{2L}{3}$根据洛伦兹力提供向心力可得$qv_0B=m\frac{v_0^2}{r_1}$解得$B=\frac{3mv_0}{2qL}$

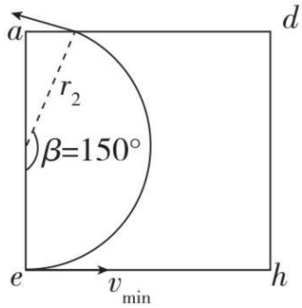


甲

（2） 设带电粒子做圆周运动的周期为T，则有$T=\frac{2\pi r_1}{v_0}$解得$T=\frac{4\pi L}{3v_0}$在题述的运动中，粒子的轨迹对应的圆心角为120° ，所以运动时间为$t=\frac{1}{3}T=\frac{4\pi L}{9v_0}$沿电场方向粒子在匀强电场的作用下做匀加速直线运动，加速度大小为$a=\frac{qE}{m}$沿着电场方向的位移大小为$z=\frac{1}{2}at^2=\frac{8L}{25}$联立解得$E=\frac{81mv_0^2}{25\pi^2 qL}$

（3） 由上述分析可知当粒子从正方体上表面$abcd$飞出时，粒子速率越大，粒子做匀速圆周运动的半径越大，图甲中的P点越靠近d，轨迹圆心角越小，粒子在电磁场中的运动时间越短，粒子沿z轴负方向的位移越小。当粒子速率最大为$v_{\max}$时在cd边射出，对应的圆周运动轨迹为 1/4 圆周，其半径等于L，则有$qv_{\max}B=m\frac{v_{\max}^2}{L}$解得$v_{\max}=\frac{3}{2}v_0$假设粒子沿$z$轴负方向匀加速运动到$f$点时（其位移大小等于$\frac{L}{2}$），粒子能够在$bc$边射出，设粒子在电场中运动时间为$t_2$，则有

$\frac{L}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{qE}{m}\cdot t_2^2$解得$t_2=\frac{5\pi L}{9v_0}$粒子做匀速圆周运动的周期为$T=\frac{4\pi L}{3v_0}$设此情况粒子做匀速圆周运动轨迹的圆心角为$\beta$，则有$t_2=\frac{\beta}{360°}T$联立解得$\beta=150°$此情况粒子的运动轨迹在正方体前表面$adhe$内的投影如图乙所示，可知假设成立，此时粒子的速率是从正方体上表面$abcd$飞出的粒子速率的最小值，设此时粒子做圆周运动的半径为r_2。



乙

由几何关系可得$r_2+r_2\cos30°=L$解得$r_2=\frac{2L}{2+\sqrt{3}}$同理有$qv_{\min}B=m\frac{v_{\min}^2}{r_2}$解得$v_{\min}=3(2-\sqrt{3})v_0$从正方体上表面$abcd$飞出的粒子从粒子源射出时的速率范围为 $3(2-\sqrt{3})v_0\le v\le\frac{3}{2}v_0$

温馨提示 请完成《分层突破训练》课时作业 59

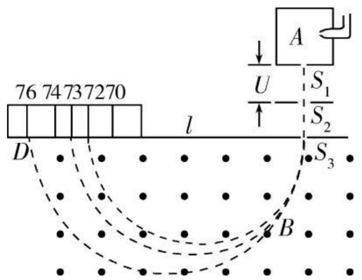
专题突破 19 带电粒子在复合场中运动实例

关键能力·核心突破

题型一 质谱仪

1.仪器功能：质谱仪是测量带电粒子质量（或比荷）、分离同位素的仪器。

2.构造：如图所示，由粒子源、加速电场、偏转磁场和照相底片等构成。



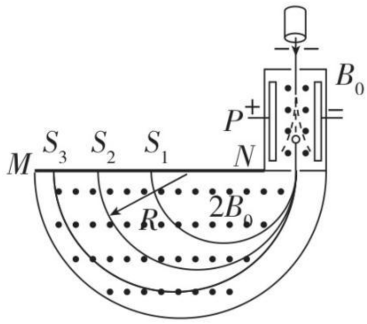
3.工作原理

（1）加速电场：$qU=\frac{1}{2}mv^2$；

（2）偏转磁场：$qvB=\frac{mv^2}{r}$，$l=2r$；

联立可得$r=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$，$m=\frac{qr^2B^2}{2U}$，$\frac{q}{m}=\frac{2U}{B^2r^2}$。

例 1 [2024 • 河北衡水模拟] 如图所示为质谱仪原理示意图。由粒子源射出的不同粒子先进入速度选择器，部分粒子沿直线运动通过速度选择器的小孔进入偏转磁场，最后打在MN之间的照相底片上。已知速度选择器内的电场的场强为E，磁场磁感应强度为B_0，偏转磁场的磁感应强度为 $2B_0$，S_1、S_2、S_3是三种不同的粒子在照相底片上打出的点。忽略粒子的重力以及粒子间的相互作用，下列说法正确的是（ ）



A. 打在S_3位置的粒子速度最大

B. 打在S_1位置的粒子速度最大

C. 如果射入偏转磁场的粒子质量为m、电荷量为q，则粒子的轨迹半径为$\frac{mE}{qB_0^2}$

D. 如果氕($_1^1H$)核和氘($_1^2H$)核都进入偏转磁场，则其在磁场中运动的时间之比为$1:2$

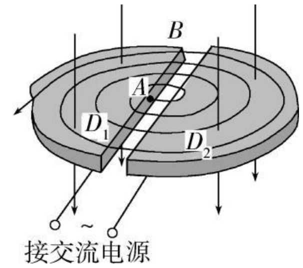
【答案】D

【解析】通过速度选择器的小孔进入偏转磁场的粒子在速度选择器中做匀速直线运动，受力平衡，有$qE = qvB_0$，解得$v = \frac{E}{B_0}$，所以打在S_1、S_2、S_3三点的粒子的速度相等，故 A、B 错误；粒子进入磁场时的速率为$v = \frac{E}{B_0}$，粒子在磁场中做匀速圆周运动，由洛伦兹力提供向心力，则$qv \times 2B_0 = m\frac{v^2}{r}$，解得粒子在磁场中运动的轨迹半径$r = \frac{mE}{2qB_0^2}$，故 C 错误；带电粒子在偏转磁场中做圆周运动的周期$T = \frac{2\pi m}{qB}$，氕核和氘核在磁场中均运动半个周期，则氕核和氘核在磁场中运动的时间之比$\frac{t_1}{t_2} = \frac{m_1q_2}{m_2q_1} = \frac{1}{2}$，故 D 正确。

题型二 回旋加速器

1.仪器功能：回旋加速器是利用磁场使带电粒子做回旋运动，在运动中经高频电场反复加速的装置，是高能物理中的重要仪器。

2.构造：如图所示，D_1、D_2是半圆形金属盒，D 形盒处于匀强磁场中，D 形盒的缝隙处接交流电源。



3.工作原理

（1）交流电周期和粒子做圆周运动的周期相等；

（2）每经过一次 D 形盒缝隙，粒子被加速一次。

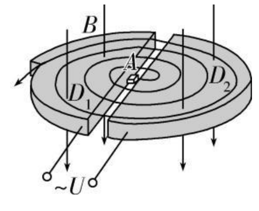
4.最大动能

（1）由$qv_{\mathrm{m}}B=\frac{mv_{\mathrm{m}}^2}{R}$、$E_{\mathrm{km}}=\frac{1}{2}mv_{\mathrm{m}}^2$，解得$E_{\mathrm{km}}=\frac{q^2B^2R^2}{2m}$；

（2）注意：粒子获得的最大动能由磁感应强度B和 D 形盒半径R决定，与加速电压无关。

5.粒子运动的总时间 不计粒子在电场中的运动时间，粒子在磁场中运动一个周期，被电场加速两次，每次增加动能qU，加速次数$n=\frac{E_{\mathrm{km}}}{qU}$，则粒子在磁场中运动的总时间$t=\frac{n}{2}T=\frac{E_{\mathrm{km}}}{2qU}\cdot\frac{2\pi m}{qB}=\frac{\pi BR^2}{2U}$。

例 2 加速器在核物理和粒子物理研究中发挥着巨大的作用，回旋加速器是其中的一种。某回旋加速器的结构示意图如图所示，D_1和D_2是两个中空的、半径为R的半圆形金属盒，两盒之间窄缝的宽度为d，它们之间有一定的电势差U。两个金属盒处于与盒面垂直的匀强磁场中，磁感应强度大小为B。D_1盒的中央A处的粒子源可以产生质量为m、电荷量为$+q$的粒子，粒子每次经过窄缝都会被电场加速，之后进入磁场做匀速圆周运动，经过若干次加速后，粒子从金属盒D_1边缘离开，忽略粒子的初速度、粒子所受的重力、粒子间的相互作用及相对论效应。



（1） 求粒子离开加速器时获得的最大动能E_{km}。

（2） 在分析带电粒子的运动轨迹时，用Δd表示任意两条相邻轨迹间距，甲同学认为Δd不变，乙同学认为Δd逐渐变大，丙同学认为Δd逐渐减小，请通过计算分析哪位同学的判断是合理的。

（3） 若该回旋加速器金属盒的半径$R=1\mathrm{m}$，窄缝的宽度$d=0.1\mathrm{cm}$，求粒子从A点开始运动到离开加速器的过程中，其在磁场中的运动时间与在电场中运动时间的比值。（结果保留 2 位有效数字）

【答案】（1） $\frac{q^2B^2R^2}{2m}$

（2） 见解析

（3） 1.6×10^3

【解析】

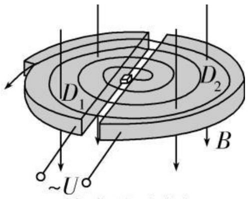
（1） 当带电粒子的运动半径为半圆形金属盒的半径R时，粒子的速度达到最大值v_m，由洛伦兹力提供向心力得$qBv_\mathrm{m}=\frac{mv_\mathrm{m}^2}{R}$粒子离开加速器时获得的最大动能$E_\mathrm{km}=\frac{1}{2}mv_\mathrm{m}^2$解得$E_\mathrm{km}=\frac{q^2B^2R^2}{2m}$。

（2） 第N次加速后，由动能定理得$NqU=\frac{1}{2}mv_N^2$根据洛伦兹力提供向心力得$qBv_N=\frac{mv_N^2}{r_N}$可得第N次加速后$r_N=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2NmU}{q}}$可推得第$(N-1)$次加速后$r_{N-1}=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2(N-1)mU}{q}}$狭缝处相邻轨迹间距$\Delta d=2(r_N-r_{N-1})=(\sqrt{N}-\sqrt{N-1})\frac{2}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$由此可知相邻轨迹间距逐渐减小，丙同学的判断是合理的。

（3） 粒子在电场中被加速n次，由动能定理得$nqU=E_\mathrm{km}$，解得$n=\frac{qB^2R^2}{2mU}$粒子在加速器中运动的时间可以看成在金属盒内旋转$\frac{n}{2}$圈的时间t_1和通过金属盒间隙n次所需的时间t_2之和，粒子在磁场中做匀速圆周运动时，洛伦兹力充当向心力，有$qBv=m\frac{v^2}{r}$运动周期$T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi m}{qB}$粒子在磁场中的运动时间$t_1=\frac{n}{2}T=\frac{\pi BR^2}{2U}$粒子在电场中运动时，由匀变速直线运动规律得$nd=\frac{v_\mathrm{m}}{2}t_2$，解得$t_2=\frac{BRd}{U}$粒子在磁场中运动时间与在电场中运动时间的比值为$\frac{t_1}{t_2}=\frac{\pi R}{2d}\approx1.6\times10^3$。

迁移应用．**多选** 回旋加速器的原理图如图所示，由两个半径均为R的 D 形盒组成，两 D 形盒之间加周期性变化的电压，电压大小恒为U，D 形盒所在平面有

垂直于盒面向下的匀强磁场，磁感应强度大小为B。一个质量为m、电荷量为q的粒子在加速器中被加速，则（ ）



A. 粒子每次经过 D 形盒之间的缝隙后动能增加qU

B. 粒子每次经过 D 形盒之间的缝隙后速度增大$\sqrt{\frac{qU}{m}}$

C. 粒子以速率v在 D 形盒内运动半圈后动能增加 $2qvBR$

D. 粒子离开 D 形盒时动能为$\frac{q^2B^2R^2}{2m}$

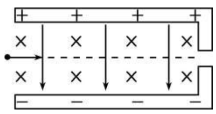
【答案】AD

【解析】粒子每次经过 D 形盒之间的缝隙时，电场力做功，根据动能定理可得$qU=\Delta E_{\mathrm{k}}$，即动能增加qU，由动能表达式$E_{\mathrm{k}}=\frac{1}{2}mv^2$可知，第$n$次经过 D 形盒之间的缝隙后速度变化量为$\Delta v=(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})\sqrt{\frac{2qU}{m}}$，故 A 正确，B 错误；粒子在磁场中受洛伦兹力作用做匀速圆周运动，洛伦兹力不做功，故粒子在 D 形盒内运动半圈后动能保持不变，故 C 错误；粒子在磁场中做匀速圆周运动，有$qvB=m\frac{v^2}{r}$，粒子离开 D 形盒时，粒子轨道半径为R，动能为$E_{\mathrm{km}}=\frac{q^2B^2R^2}{2m}$，故 D 正确。

题型三 其他应用实例

考向 1 速度选择器

1.平行板间电场强度E和磁感应强度B互相垂直。（如图）

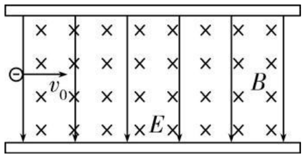


2.带电粒子能够沿直线匀速通过速度选择器的条件是洛伦兹力与静电力平衡，$qvB=qE$，即$v=\frac{E}{B}$。

3.速度选择器只能选择粒子的速度，不能选择粒子的电性、电荷量、质量。

4.速度选择器具有单向性。

例 3 如图所示，两平行金属板之间有竖直向下的匀强电场E和垂直于纸面向里的匀强磁场B，一带负电的粒子（所受重力不计）以速度v_0水平向右飞入两板之间，恰能沿直线飞出。下列判断正确的是（ ）



A. 粒子一定做匀速直线运动

B. 若只增大粒子速度v_0，则其运动轨迹仍是直线

C. 若只增加粒子的电荷量，则其运动轨迹将向上偏转

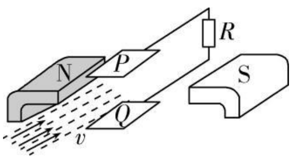
D. 若粒子以速度v_0从右向左水平飞入，则其运动轨迹是抛物线

【答案】A

【解析】带负电的粒子沿直线飞出，则受到的向上的电场力等于向下的洛伦兹力，则一定做匀速直线运动，A 正确；若只增大粒子速度v_0，则粒子所受洛伦兹力变大，则其运动轨迹向下弯曲，不是直线，B 错误；根据$qv_0B = qE$可知，若只增加粒子的电荷量，则粒子仍沿直线穿过，C 错误；若粒子以速度v_0从右向左水平飞入，则所受电场力和洛伦兹力均向上，洛伦兹力是变力，则其运动轨迹是曲线，但不是抛物线，D 错误。

考向 2 磁流体发电机

1.原理：如图所示，等离子体喷入磁场，正、负离子在洛伦兹力的作用下发生偏转而聚集在Q、P板上，产生电势差，它可以把离子的动能通过磁场转化为电能。



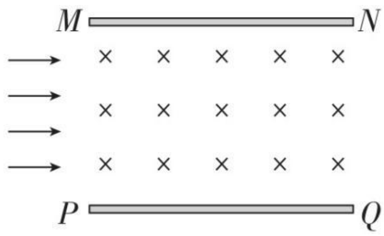
2.电源正、负极判断：根据左手定则可判断出图中的Q是发电机的正极。

3.电源电动势E：设P、Q平行金属板的面积为S，两板间的距离为l，磁场的磁感应强度大小为B，等离子体的电阻率为ρ，喷入气体的速度为v，板外电阻为R。当正、负离子所受电场力和洛伦兹力平衡时，两板间达到的最大电势差为U，则$q\frac{U}{l} = qvB$，即$E = U = Blv$。

4.电源内阻：$r = \rho\frac{l}{S}$。

5.回路电流： $I=\frac{U}{r+R}$。

例 4 [2024·湖北卷·9，4 分]**多选** 磁流体发电机的原理如图所示，MN和PQ是两平行金属极板，匀强磁场垂直于纸面向里。等离子体（即高温下电离的气体，含有大量正、负带电粒子）从左侧以某一速度平行于极板喷入磁场，极板间便产生电压。下列说法正确的是（ ）



A. 极板MN是发电机的正极

B. 仅增大两极板间的距离，极板间的电压减小

C. 仅增大等离子体的喷入速率，极板间的电压增大

D. 仅增大喷入等离子体的正、负带电粒子数密度，极板间的电压增大

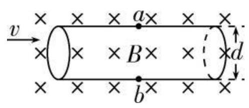
【答案】AC

【解析】带正电的粒子受到洛伦兹力向上偏转，故极板MN带正电，为发电机的正极，A 正确；极板间的电压稳定后，粒子受到的洛伦兹力和电场力等大反向，设极板间距为d，则$qvB=q\frac{U}{d}$，可得$U=Bdv$，因此增大两极板间距、增大等离子体的喷入速率，U都变大，但U的大小和带电粒子的数密度无关，B、D 错误，C 正确。

考向 3 电磁流量计

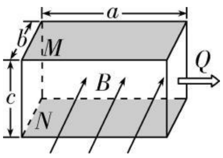
1.液体流量(Q)：单位时间流过管道横截面的液体的体积。

2.导电液体的流速(v)的计算 如图所示，一圆柱形管道直径为d，用非磁性材料制成，其中有可以导电的液体向右流动，空间有匀强磁场。导电液体中的自由电荷（正、负离子）在洛伦兹力作用下发生偏转，使a、b间出现电势差，当自由电荷所受电场力和洛伦兹力平衡时，a、b间的电势差(U)达到最大，由$q\frac{U}{d}=qvB$，可得$v=\frac{U}{Bd}$。



3.流量的表达式： $Q=Sv=\frac{\pi d^2}{4}\cdot\frac{U}{Bd}=\frac{\pi dU}{4B}$。

例 5 为了测量某化工厂的污水排放量，技术人员在排污管末端安装了流量计（流量Q为单位时间内流过管道某横截面流体的体积）。如图所示，长方体绝缘管道的长、宽、高分别为a、b、c，左、右两端开口，所在空间有垂直于前后面向里、磁感应强度大小为B的匀强磁场，在上、下两个面的内侧固定有金属板M、N，含有大量正、负离子的污水充满管道，从左向右匀速流动，测得M、N间电压为U。由于污水流过管道时受到阻力f的作用，左、右两侧管口需要维持一定的压强差。已知沿流速方向长度为L、流速为v的污水，受到的阻力$f = kLv$（k为比例系数）。下列说法正确的是（ ）



A. 污水的流量$Q = \frac{abU}{B}$

B. 金属板M的电势低于金属板N的电势

C. 电压U与污水中的离子浓度有关

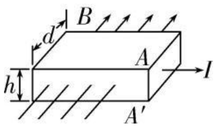
D. 左、右两侧管口的压强差为$\frac{kaU}{bc^2B}$

【答案】D

【解析】污水流速为v，则当M、N间电压为U时，有$qvB = q\frac{U}{c}$，解得$v = \frac{U}{Bc}$，流量$Q = \frac{vtbc}{t} = vbc = \frac{Ub}{B}$，故 A 错误；由左手定则可知，正离子受到的洛伦兹力向上，负离子受到的洛伦兹力向下，使M板带正电，N板带负电，则金属板M的电势高于金属板N的电势，故 B 错误；金属板M、N间电压为U时，有$qvB = q\frac{U}{c}$，得$U = Bcv$，电压U与污水中的离子浓度无关，故 C 错误；设左右两侧管口压强差为Δp，污水匀速流动，由平衡关系得$\Delta pbc = kav$，将$v = \frac{U}{Bc}$代入上式得$\Delta p = \frac{kaU}{bc^2B}$，故 D 正确。

考向 4 霍尔元件

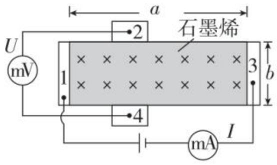
1.霍尔效应：如图所示，高为h、宽为d的导体（自由电荷是电子或正电荷）置于磁感应强度大小为B的匀强磁场中，当电流通过导体时，在导体的上表面A和下表面A'之间产生电势差，这种现象称为霍尔效应，此电压称为霍尔电压。



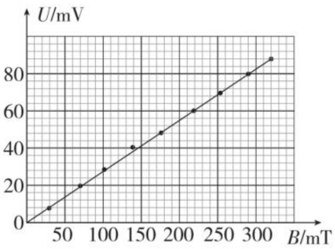
2.电势高低的判断：如图所示，导体中的电流I向右时，根据左手定则可得，若自由电荷是电子，则下表面A'的电势高；若自由电荷是正电荷，则上表面A的电势高。

3.霍尔电压的计算：导体中的自由电荷（电荷量为q）在洛伦兹力作用下偏转，A、A'间出现电势差，当自由电荷所受电场力和洛伦兹力平衡时，A、A'间的电势差(U)保持稳定，由$qvB = q\frac{U}{h}$、$I = nqvS$、$S = hd$联立得$U = \frac{BI}{nqd} = k\frac{BI}{d}$，$k = \frac{1}{nq}$称为霍尔系数（$n$为导体单位体积内自由电荷数）。

例 6 [2024 • 江西卷 • 7，4 分]石墨烯是一种由碳原子组成的单层二维蜂窝状晶格结构新材料，具有丰富的电学性能。现设计一电路测量某二维石墨烯样品的载流子（电子）浓度。如图甲所示，在长为a，宽为b的石墨烯表面加一垂直向里的匀强磁场，磁感应强度为B，电极 1、3 间通以恒定电流I，电极 2、4 间将产生电压U。当$I = 1.00 \times 10^{-3}$A 时，测得$U - B$关系图线如图乙所示，元电荷$e = 1.60 \times 10^{-19}$C，则此样品每平方米载流子数最接近（ ）



甲



乙

A. 1.7×10^{19}　　B. 1.7×10^{15}　　C. 2.3×10^{20}　　D. 2.3×10^{16}

【答案】D

【解析】设样品每平方米载流子（电子）数为n，电子定向移动的速率为v，则时间t内通过样品的电荷量$q = nevtb$，根据电流的定义式得$I = \frac{q}{t} = nevb$，当电子稳定通过样品时，其所受电场力与洛伦兹力平衡，类似速度选择器，则有$evB = e\frac{U}{b}$，联立解得$U = \frac{I}{ne}B$，结合图像可得$k = \frac{I}{ne} = \frac{88\times10^{-3}}{320\times10^{-3}}$V/T，解得$n \approx 2.3 \times 10^{16}$，故选 D。

温馨提示 请完成《分层突破训练》课时作业 60